České vysoké učení technické v Praze
Fakulta elektrotechnická

Czech Technical University in Prague
Faculty of Electrical Engineering

Doc. RNDr. Jaroslav Hančl, CSc.

Vyjadřování a aproximace čísel

Expression and approximation of numbers

Summary

The whole author's work of the expressible sets belongs to the branch of Diophantine approximations which is an important part of the number theory. In fact this study falls into four basic theories. First of one is the theory of irrationality, the second theory is linear independence, the third one is the theory of transcendence and the last theory is the proper theory of the expressible sets.

In the theory of irrationality the author is interested in if the sum of the infinite series is or is not the irrational number. To understand the deeper relations the author introduced the irrationality of sequences. Other objects are included e.g. measure of irrationality.

The main results in the theory of linear independence are mainly linearly unrelated sequences which were introduced by the author. Other objects are in question as the sums of infinite series of rational numbers and their originál linear independence over rational numbers.

In the theory of transcendence the research deals with the transcendental sequences. The results concerning the transcendence of infinite products of algebraic numbers and their relations are also presented.

The core of the research of the expressible sets for sequences of ale numbers is mainly the quantity. The work describes if the expressible sets contain interval or how great they are in the sense of the Lebesgue measure or Hausdorff dimension.

Souhrn

Celá autorova práce vyjádřitelných množin spadá do oboru Diofantických aproximací, který je nedílnou součástí teorie čísel. Tuto problematiku můžeme v podstatě shrnout do čtyř základních teorií. První z nich je teorie iracionality, druhá patří teorií lineární nezávislosti, třetí je teorie transcendence a poslední náleží vlastní teorii vyjádřitelných množin.

V teorii iracionality se autor podrobně zabývá, zda součet nekonečné řady je nebo není iracionální číslo. K hlubším vztahům je definována tak zvaná iracionalita posloupností. V neposlední řadě jsou zkoumány hlubší vztahy především míra iracionality.

Hlavními výsledky teorie lineární nezávislosti jsou především lineárně nevztahující se posloupnosti, které autor sám zavádí. Dalším tématem jsou součty nekonečných řad racionálních čísel a jejich klasická lineární nezávislost nad racionálními čísly.

V teorii transcendence je výzkum zaměřen především na transcendentní posloupnosti. Jsou prezentovány i výsledky nekonečných součinů algebraických čísel a jejich charakter v souvislosti s transcendencí.

Jádrem výzkumu vyjádřitelných množin posloupností reálných čísel je především jejich velikost. Konkrétně se rozhoduje, zda vyjádřitelné množiny obsahují interval, jaká je jejich velikost Lebesgueovy míry popřípadě Hausdorffovy dimenze.

Klíčová slova

Iracionalita, transcendence, lineární nezávislost, vyjádřitelné množiny.

Keywords

Irrationality, transcendence, linear independence, expressible set.

Obsah

1 Úvod

Vznik matematiky a také první náznaky vyjádření čísel souvisí se samou existencí lidstva. Již v pravěku lovci mamutů používali pazourek, aby zaznamenali počet ulovených zvířat. Pro každé ulovené zvíře používali vlastní znaky a počet takovýchto znaků vyznačených na stěnách jeskyně znamenal počet ulovených zvířat, třeba mamutů, za dané období. Jenže pravěkých lidí bylo čím dál tím víc a zároveň s tím přibývalo množství úlovků. Jelikož povrch stěny jeskyně byl omezen, bylo třeba hledat náhradní řešení, speciální znak, který by nahradil několik jiných znaků najednou. To je vlastně vznik počátku pokročilejšího rozumu, logického myšlení, matematiky a jednoduchého vyjadřování nám dobře známých přirozených čísel.

Od pravěku k dnešku je dlouhá doba skládající se z několika časových období. Zastavme se ještě u jednoho takového časového úseku a tím je období antiky. Z tohoto období známe římské číslice. Samozřejmě od lovců mamutů k starověkému Římu je dost dlouhý časový úsek, avšak výrazného pokroku ve vyjadřování čísel zde nebylo dosaženo. Základem římských číslic jsou 1, 5, 10, 50, 100, 500 a 1000 označované po řadě jako I, V, X, L, C, D a M. Ve srovnání s čísly pravěkého člověka vidíme dost velký pokrok například ve vyjádření čísla 1000 jediným písmenkem M. Lovci mamutů by s vyjádřením tohoto čísla měli značné problémy. Do dnešní doby se nám dochovalo mnoho zápisů čísel ze starověkého Říma především zápisy letopočtů.

Dalším takovým zlomem byl objev desítkové soustavy. Jeho využití souviselo především s rozvojem obchodu a užitím jednoduchých matematických operací jako je sčítání, odčítání, násobení a dělení. Samozřejmě se v té době matematika používá i v jiných odvětvích jako je například stavebnictví, řemeslná výroba nebo vojenství. Desítková soustava se zachovala až do dnešní doby. Používá se prakticky všude v běžném životě. Pomocí desítkové soustavy platíme v obchodech peníze, určujeme různá množství podle metrické soustavy, vyhledáváme vzdálenosti na mapě nebo v továrnách vyrábíme výrobky přímo na míru. Vůbec si nedovedeme představit, jak by náš život mohl vypadat bez základní desítkové soustavy.

S prudkým vývojem vědy a techniky především v posledním století vzrostl požadavek na potřebu nad lidsky obrovského množství výpočtu jednoduchých výrazů. To umožnilo výzkum a vývoj nového odvětví a to počítačové techniky. Z počátku se zdálo, že desítková soustava bude postačující pro jednotlivé matematické úkony. Avšak s pokročilejším rozvojem se ukázalo, že mnohem lepší pro jednoduché matematické výpočty je využití binární neboli dvojkové soustavy. Důvod byl ten, že základní matematické operace se provádějí mnohem rychleji ve dvojkové soustavě než v desítkové. Na druhé straně zápis čísla v binárním systému vyžaduje mít k dispozici velkou kapacitu počítačové paměti. A právě to se ukazuje jako největší problém.

Na počátku rozvoje počítačů dvojková soustava byla vhodná pro vyjadřování reálných čísel. Důvodem bylo to, že kapacita počítačové paměti nebyla příliš velká a nebylo velkého rozdílu jestli nekonečné řady konvergují s exponenciální a nebo faktoriální rychlostí. Prakticky to bylo jedno a totéž. Ještě navíc obvykle řady konvergující faktoriální rychlostí zpočátku jsou méně přesné než řady konvergující s exponenciální přesností. To vše mělo za následek, že binární systém vůbec neměl konkurenci. Avšak se stále novými technologiemi v oblasti výpočetní techniky se počítačová paměť neustále rozšiřuje a pro budoucnost je otevřená otázka, zda nezměnit systém vyjadřování čísel v počítačích. A o tom vlastně je celá tato studie.

Hlavním cílem teorie vyjadřování čísel z matematického hlediska je co nejlépe popsat možnosti, problémy a vztahy mezi reálnými čísly. Abychom mohli dosáhnout tohoto cíle, zdá se docela výhodné, rozdělit tuto teorii do několika směrů. Prvním takovýmto směrem je teorie iracionality, zabývající se především tím, zda dané číslo je racionální nebo iracionální. Dalším směrem je teorie transcendence, kde se většinou popisuje jak nějaký násobek nebo mocnina čísla je blízko racionálnímu číslu. Třetím velice důležitým směrem je teorie lineární nezávislosti. Zde se zkoumají vztahy mezi skupinami čísel navzájem. Neměli bychom opomenout teorii vyjádřitelných množin, která ukazuje, jak velké můžeme vyjádřit množiny, když máme daný algoritmus a vstupní podmínky.

2 Iracionalita

Teorie iracionality je jedna z největších a nejdůležitějších součástí teorie čísel. Její hlavní poslání je rozeznávat racionální a iracionální čísla. Pokud číslo je iracionální potom dalším úkolem je nalézt míru přiblížení k racionálnímu číslu. K tomu slouží tak zvaná míra iracionality, která nám z jistého hlediska uvádí, jak přesně můžeme iracionální číslo aproximovat.

Autor v práci [HI1] dokazuje jednoduchým způsobem, že číslo π^4 je iracionální. V článku [HI2], který je společný s Kissem jsou popsány některé zajímavé iracionální čísla, které se jednoduchým způsobem dají vyjádřit jako nekonečné řady převrácených hodnot rekurentních posloupností. Publikace [HI3] pojednává o iracionálních číslech, které se dají vyjádřit jako nekonečný součet racionálních čísel, které velice rychle konvergují. V dalším článku [HI4], který v jistém slova smyslu navazuje na článek [HI3], se dokazuje iracionalita součtu řad, jejichž rychlost konvergence je dvojitá exponenciála. Výsledek [HI5] je zajímavá aplikace Lindemanovy věty. Je zde dokázána iracionalita speciálních typů faktoriálních řad. Faktoriální řady jsou takové řady, které se obvykle skládají z racionálních čísel, jejichž jmenovatelé jsou faktoriály přirozených čísel. Jinými slovy jmenovatelé členů jednotlivé řady tvoří rostoucí posloupnost čísel a každý člen této řady je roven součinu čísel od jedné až do nějakého přirozeného čísla n.

V práci [HI6] jsou popsány podmínky, kdy jisté nekonečné řady tvoří racionální číslo, přičemž konvergence těchto řad je velice rychlá. Zde je naznačeno, že hranice mezi řadami které tvoří racionální a iracionální čísla je z hlediska rychlosti konvergence rovna 2^{2^n}. Později se k této hranici ještě dostaneme v kapitole Vyjádřitelné množiny. Článek [HI7] ukazuje některé podmínky kladené na členy nekonečných řad, kdy nekonečná řada je racionální číslo.

Zajímavé výsledky z teorie iracionality můžeme najít v [HI8]. Tato publikace obsahuje několik postačujících podmínek za jakých jsou speciální součty nekonečných řad iracionálni respektive racionální čísla. Práce [HI9] se zabývá různými podmínkami pro iracionální rychle konvergující řady racionálních čísel. Ve srovnání s ostatními výsledky zde můžou do nekonečna i rychle konvergovat čitatelé jednotlivých členů řady avšak mnohem pomaleji konvergují do nekonečna jejich jmenovatelé.

Publikace [HI10] využívá při důkazu iracionality známou větu Oppenheima týkající se Kantorových řad. Tuto větu později zobecnil významný slovenský matematik Tibor Šalát. Kantorové řady jsou takové řady skládajících se z racionálních čísel, kdy jmenovatel předcházejícího členu dělí jmenovatele následujícího členu. Toto platí pro každé dva sousední členy dané řady. Článek [HI11] pojednává o postačujících podmínkách pro iracionalitu nekonečných řad. Členy těchto řad jsou svázány zajímavými rekurentními vztahy.

Společně se svým doktorandem Ruckim autor v [HRu1] dokazuje iracionalitu součtu nekonečných řad využívaje myšlenek rumunského matematika maďarského původu Šándora. V podobném duchu je napsána i druhá publikace se stejným autorem [HRu5] otištěná ve známém tokijském časopise.

Trochu odlišný od ostatních je článek s Filipem [HF]. Byl napsán na půdě Liverpoolské univerzity. Je zde definovaná tak zvaná míra iracionality posloupnosti. Touto definicí je snaha vyjádřit vzdálenost posloupností kladných reálných čísel od racionálních čísel v nějakém multiplikativním průměru. Navazujíce na tento článek autor se svým dalším doktorandem Štěpničkou v [HSt2] dokazují vzdálenost speciálních reálných čísel od racionálních.

Jiným pokusem je společný článek se svými kolegy Mišíkem a Tóthem [HMT1]. Jedná se o zajímavé vyjádření racionálních čísel ve fuzzy teorii. Na tento výsledek navazuje publikace [HMT2] stejných autorů pojednávající o konvergenci fuzzy čísel. Oba články jsou něco jako začátkem dosud ještě neprobádané teorie.

Neméně důležité jsou články autora [HTi1]- [HTi6] s velice známým holandským matematikem Robertem Tijdemanem z Leidenu, které byly napsány během několika pobytů autora v Nizozemí. Tyto publikace pojednávají hlavně o faktoriálních a Kantorových řadách. V prvním článku [HTi1] je dokázán velice zajímavý doposud otevřený problém Erdőse týkající se iracionality faktoriálních řad v souvislosti s pevnými konstantními mocninami řady prvočísel. Druhá publikace [HTi2] je věnovaná Ahmedovým řadám a jejich souvislost s iracionalitou. Třetí článek [HTi3] se zabývá faktoriálními řadami v souvislosti s řadou celých částí obecné mocniny. Ve čtvrtém článku [HTi4] je dokázána iracionalita součtu faktoriálních řad kde jmenovatelé členů těchto řad jsou polynomy. Na tento výsledek navazuje [HTi5] s tím rozdílem, že místo polynomů se zde vyskytují nekonečně dlouhé geometrické řady. Jako důsledek je uveden zajímavý důkaz iracionality čísla π. V posledním článku [HTi6] se dokazuje iracionalita součtu Kantorových nekonečných řad majíce pouze omezené podmínky ve srovnání s [HTi4] [HTi5].

Za zmínku stojí ještě společná publikace autora [HMS] se známým finským matematikem Matala-aho a bývalou autorovou doktorandkou Sobkovou. Je zde definovaná tak zvaná řetězovo-zlomková míra iracionality čísel, která v jistém slova smyslu popisuje aproximaci řetězového zlomku pomocí racionálních čísel v nějakém průměru.

3 Lineární nezávislost

Lineární nezávislost hraje velmi důležitou roli ve vztazích mezi čísly. Prakticky nám určuje jednak lineární nezávislost mezi čísly a jednak jistý druh vzdálenosti mezi dvěma čísly z pohledu lineárního množinového charakteru. Pokud v dalším budeme hovořit o lineární nezávislosti, budeme mít na mysli lineární nezávislost nad množinou racionálních čísel.

V článku [HLN3] je dokázána lineární nezávislost součtů nekonečných řad, jejichž členy jsou racionální čísla konvergující rychlostí dvojité exponenciály a mající navzájem rekurentní vazby. Jedním ze zajímavých výsledků můžeme nalézt v [HLN6]. Je zde nalezeno zajímavé kriterium pro lineární nezávislost součtu nekonečných řad, které s jednotlivými kroky mění rychlost konvergence. Je zajímavé, že na základě tohoto jevu můžeme určit jednak iracionalitu a jednak lineární nezávislost. Za zmínku také stojí publikace [HRuSu1], kde je dokázána lineární nezávislost v duchu matematika Šándora a která byla napsána společně s autorovými bývalými doktorandy Ruckim a Šustkem.

Jinou kapitolu tvoří řetězové zlomky. V matematice se používají kvůli tomu, že rychle konvergují. Nicméně se s nimi těžce provádějí základní matematické operace. Článek [HLN1] pojednává o algebraické nezávislosti řetězových zlomků, což je o něco silnější pojem, než lineární nezávislost, jelikož v sobě zahrnuje i celočíselné mocniny daného čísla. Kritérium pro lineární nezávislost rychle konvergujících řetězových zlomků můžeme nalézt v [HLN4]. Článek [HLN5] navazuje na článek [HLN4] a rozšiřuje výsledky pro algebraickou nezávislost. V publikaci [HLN7] je definována tak zvaná řetězovo-zlomková lineární nezávislost a pro ní nalezeny postačující podmínky. Tato nezávislost je mnohem hlouběji provázána s reálnými čísly než obyčejná lineární nezávislost.

Poslední kapitolu lineární nezávislosti tvoří tak zvané lineárně nevztahující se posloupnosti. Tento pojem udává lineární nezávislost z pohledu dvou nebo více množin posloupností, kde prvky jednotlivých množin mají danou posloupnost jako multiplikativní základ. Lineárně nevztahující se posloupnosti mnohem lépe a hlouběji popisují vztahy než obyčejná nezávislost. Průkopníkem této teorie je v americkém lépe řečeno kalifornském časopise článek [HLN2]. Jsou zde nalezeny postačující podmínky pro lineárně nevztahující se Kantorové posloupnosti. Jako příklad jsou uvedeny faktoriální posloupnosti. Publikace [HSo1]-[HSo3], které autor napsal se svou bývalou doktorandkou Simonou Sobkovou pojednávají o obecných posloupnostech. V prvním článku [HSo1] je dokázáno kritérium pro lineárně nevztahující se posloupnosti. Podobné výsledky pro rychle konvergující posloupnosti můžeme nalézt v [HSo2]. Poslední článek [HSo1] potom podrobně popisuje postačující podmínky u obecných posloupností racionálních čísel k tomu, aby byly lineárně nevztahující se. Nakonec je nezbytné se ještě zmínit o článku [HStSu], který je společně napsán s autorovými doktorandy Janem Šustkem a Janem Štěpničkou. Je zde mimo jiné částečně vyřešen problém slavného maďarského matematika Erdőse týkající se iracionality nekonečných posloupností.

4 Transcendence

Transcendence je teorie, která je součástí Diofantických aproximací. Zabývá se hlubšími vazbami mezi reálným číslem a jeho celočíselnými mocninami. Dalším úkolem je zkoumat charakter čísel, jejich vztah k racionálním číslům a vůbec popisovat závislosti čísel navzájem.

V článku [HT1] autor dokazuje transcendenci čísel e, π a jejich celočíselných mocnin. Publikace [HRu2] pojednává o zajímavých nekonečných řadách, jejichž součty tvoří transcendentní čísla. Na tuto práci navazuje článek [HRu3], kde se mnohem více do hloubky rozebírají vztahy mezi čísly. Trochu odlišné výsledky můžeme nalézt v [HC]. Autor ve spolupráci s italským matematikem Pietrem Corvajou aplikují známou větu „Subspace Theorem" na případ transcendentních čísel. Místo tradičních nekonečných řad se zde objevují nekonečné součiny algebraických čísel. Algebraická čísla jsou taková čísla, která jsou kořenem nenulového polynomu s celočíselnými koeficienty. Zastavme se ještě u publikace [HSt1] napsané společně s autorovým bývalým doktorandem Janem Štěpničkou. Jsou zde nalezeny postačující podmínky pro transcendenci součtů nekonečných řad racionálních čísel, které mění rychlost konvergence.

Práce [HT2] definuje tak zvané transcendentní posloupnosti, které mnohem lépe popisují vztahy mezi mocninami reálných čísel než transcendentní čísla samé. Jsou zde také nalezeny postačující podmínky pro to, aby posloupnost byla transcendentní. Na tuto práci navazuje článek [HT3], kde se mnohem hlouběji rozebírají vztahy u obecných posloupností racionálních čísel.

Pokud reálné číslo je dost dobře aproximovatelné racionálními čísly, potom ho nazýváme Liouvillovo číslo. Publikace [HRu4], která byla napsána ve spolupráci s bývalým autorovým doktorandem Ruckim, pojednává o součtech nekonečných řad, které vytvářejí Liovillovo číslo.

Článek [HT4] se zabývá tak zvanými Liouvillovými posloupnostmi. Jsou zde nalezeny postačující podmínky pro to, aby posloupnost byla Liouvillova. Připomeňme jenom, že Liouvillovy posloupnosti jsou takové posloupnosti, které vytvářejí Liouvillova čísla, i když se některé členy posloupnosti vynásobí libovolným přirozenými čísly.

Zajímavým vztahem mezi asymptotickou hustotou přirozených čísel a Liouvillovymi čísly můžeme nalézt v publikaci [HMT3], která vznikla během studijního pobytu autora na Liverpoolské univerzitě.

5 Vyjádřitelné množiny

Teorie vyjádřitelných množin je nedílnou součástí teorie čísel. Při dané posloupnosti reálných čísel nám udává, jak velkou množinu můžeme vytvořit z této posloupnosti v multiplikativním slova smyslu.

Jedna z nejdůležitějších prací autora v tomto oboru je [HV1]. Je zde dokázáno, že pokud posloupnost kladných reálných čísel konverguje do nekonečna pomaleji než dvojitá exponenciála typu 2^{2^n}, potom vyjádřitelná množina této posloupnosti obsahuje interval. Na druhé straně jestliže posloupnost kladných reálných čísel konverguje do nekonečna rychleji než dvojitá exponenciála typu 2^{2^n}, potom vyjádřitelná množina této posloupnosti neobsahuje žádné racionální číslo, takže nemůže obsahovat interval.

V článku [HNaSu], který autor napsal se svým doktorandem Janem Šustkem a anglickým matematikem Nairem jsou nalezeny postačující podmínky, kdy vyjádřitelná množina posloupnosti racionálních čísel má Lebesgueovou míru rovnou nule. Na ní navazuje článek [HSu3], který vylepšuje výsledky ve speciálních případech. Publikace [HSu1] potom zobecňuje výsledek článku [HNaSu] na případ posloupností kladných reálných čísel. Dokonce je zde kritérium pro vyjádřitelné množiny mající nulovou Hausdorffovou dimenzi. Zajímavý je také článek [HScSu], který autor napsal společně s jeho doktorandem Šustkem a jedním nejlepších matematiků na světě Andrzejem Schinzelem z Varšavské akademie věd. Publikace mimo jiné obsahuje horní a dolní odhady Lebesgueovy míry vyjádřitelných množin geometrických posloupností.

Důležitý je také článek [HNRSB] otištěný ve švýcarském časopise, který ukazuje, jak pomocí ne rychle rostoucí posloupnosti obecně reálných čísel lze vyjádřit jakékoliv reálné číslo. V matematice existuje analogie k tomuto výsledku tak zvaná Riemannova věta pro neabsolutně konvergentní řady.

Pokus definovat tak zvanou omezenou vyjádřitelnou množinu posloupností pomocí konečné množiny přirozených čísel je v [HSu2]. Publikace obsahuje různé odhady Hausdorffovy dimenze pro omezenou vyjádřitelnou množinu posloupností. Je zde využita Jarníkova věta při důkazech.

6 Doc. RNDr. Jaroslav Hančl, CSc.

Odborné CV

Rok narození: 27.11. 1959 v Ostravě

Stav: ženatý

Žena: Doc. Ing. Jana Hančlová, CSc.

Děti: Jaroslav Hančl, narozen 8.8. 1986

Matematická olympiáda na střední škole:

Účast v následujících kolech MO

2x krajské kolo Kategorie C

1x krajské kolo Kategorie B

3x krajské kolo Kategorie A

3x celostátní kolo Kategorie A

Mezinárodní matematická olympiáda v Londýně – 1979

Matematické soutěže na vysoké škole:

Mezinárodní matematická soutěž vysokoškoláků v Bělehradě - 1981 – páté místo,

Mezinárodní matematická soutěž vysokoškoláků v Harachově - 1981 – třetí místo,

SVOČ – 1980 – páté místo na MFF UK

SVOČ – 1984 – třetí místo na MFF UK

SVOČ – 1984 – čtvrté místo na celostátním kole v Praze

Vzdělání:

Matematické gymnázium Mikoláše Koperníka v Bílovci 1975-1979

Matematicko-fyzikální fakulta Univerzity Karlovy 1979-1984

Vědecké a pedagogické tituly:

1985 - RNDr. - MFF UK

1988 – CSc. – PřF UP

1995 – Doc. – PřF MU

Zaměstnání:

1984 – 1990 - Československá akademie věd, Ostrava,

1990 – současnost - katedra matematiky, Přírodovědecká fakulta, OU Ostrava.

Odborné organizace:

Člen Jednoty českých matematiků a fyziků (JČMF) od roku 1975.

Člen Oblastního výboru JČMF v Ostravě.

Předseda Krajského výboru matematické olympiády Moravskoslezského kraje.

Jako školitel vedl úspěšně obhájené disertační práce:
Mgr. Simona Sobková, Ph.D. - úspěšná obhajoba v roce 2004

Mgr. Pavel Rucki, Ph.D. - úspěšná obhajoba v roce 2006

Mgr. Marián Genčev, PhD. - úspěšná obhajoba v roce 2008

Působení v zahraničí:
Doc. RNDr. Jaroslav Hančl, CSc. přednášel v rámci krátkodobých stáží na těchto zahraničních univerzitách:

Institute of Mathematics, Erlangen University

Department of Mathematics, Augsburg University

Department of Mathematical Sciences, Liverpool University

Institute of Mathematics, Leiden University

Department of Mathematics, University of Udine

Department of Mathematics, University of Pisa

Institute of Mathematics, Freie Universitat Berlin

Faculty of Mathematics, University of Debrecen

Institute of Mathematics, Silesian University in Katowice

Vědecká a odborná činnost:

Doc. RNDr. Jaroslav Hančl, CSc. publikoval asi 70 vědeckých článků, z toho více než 27 v impaktovaných časopisech na které má asi 38 ohlasů. Celkově lze nalézt na internetu asi 2000 ohlasů na jeho vědeckou a pedagogickou činnost. Přednášel asi na 25 vědeckých konferencích. Byl hlavním řešitelem 10 grantů, člen řešitelského týmu 4 grantů a jednoho výzkumného záměru.

Organizace odborných akcí:

Organizace 20 ročníků Mezinárodní matematické soutěže Vojtěcha Jarníka pro vysokoškolské studenty.

Organizace 16 ročníků Konference pro středoškolské profesory matematiky a informatiky.

Organizace 2 ročníků SVOČ pro studenty.

Vědecké zaměření:

Teorie čísel - Diofantické aproximace – vyjadřování čísel.

Pedagogické zaměření:

Práce s matematickými talenty na PřF OU.

Znalost jazyků:

Anglicky – aktivně

Rusky – pasivně

Polsky - pasivně

Ocenění:

1979 – Přijetí u Ministra školství ČSSR za vzornou reprezentaci na mezinárodní matematické olympiádě v Londýně v roce 1979.

1996 – Čestné uznání JČMF za iniciativní práci v jednotě

Literatura

[HT1] Hančl J. : Two Proofs of Transcendency of π and e, Czech. Math. Jour., 35(110), 1985, no. 4, 543--549.

[HI1] Hančl J. : A Simple Proof of the Irrationality of π^4, Amer. Math. Monthly 93, no. 5, 1986, 374--375.

[HV1] Hančl J. : Expression of Real Numbers with Help of Infinite Series, Acta Arithmetica, LIX.2 (1991), 97--104.

[HI2] Hančl J., Kiss P. : On reciprocal sums of terms of linear recurrences, Math. Slov., 43 (1992), no. 1, 31--37.

[HI3] Hančl J. : Irrationality of Quick Convergent Series, Bul. Num. Theory, vol. 16, 1992, 117--124.

[HI4] Hančl J. : Criterion for Irrational Sequences, Journal of Number Theory, 43 (1993) USA, no. 1, 88--93.

[HLN1] Hančl J. : Continued Fractional Algebraic Independence of Sequences, Publicat. Math. 46, (1995), 27--31.

[HT2] Hančl J. : Transcendental Sequences, Math. Slov. 46 (1996), no. 2-3, 177--179.

[HI5] Hančl J : Something about Lindeman's Theorem, Acta Math. Inf. Univ. Ostr., vol. 4, 1996, 23--27.

[HI6] Hančl J. : Irrationality of Quick Convergent Series, J. Th\' eor. Nombres Bordeaux, vol. 8, no. 2, (1996), 275--282.

[HI7] Hančl J. : A Note to the Rationality of Infinite Series, Acta Math. Inf. Univ. Ostr., vol. 5, (1997), 5--11.

[HLN2] Hančl J. : Linearly Unrelated Sequences, Pacific J. Math., vol. 190, no. 2, (1999), 299--310.

[HI8] Hančl J. : Rational and irrational series consisting of special denominators, Acta Math. Inf. Univ. Ostr. 9, (2001), 39--44.

[HT3] Hančl J. : Two Criteria for Transcendental Sequences, Le Matematiche, vol. LVI, no. 1, (2001), 149--160.

[HLN3] Hančl J. : A Criterion for Linear Independence of Special Series, University of Istanbul Faculty of Science The Journal of Mathematics 60, (2001), 33--39.

[HLN4] Hančl J. : Linear Independence of Continued fractions, J. Théor. Nombres Bordeaux, vol. 14, (2002), 489--495.

[HI9] Hančl J. : Irrational rapidly convergent series, Rend. Sem. Mat. Univ. Padova 107, (2002), 225--231.

[HI10] Hančl J. : A Note on a Paper of Oppenheim and Šalát Concerning the Series of Cantor Type, Acta Math. Inf. Univ. Ostr. 10, (2002), 35--41.

[HLN5] Hančl J. : Algebraically unrelated sequences, Math. Slovaca, vol. 53, no. 1, (2003), 43--49.

[HSo1] Hančl J., Sobková S. : A general criterion for linearly unrelated sequences, Tsukuba J. Math., vol. 27, no. 2, (2003), 341--357.

[HT4] Hančl J. : Liouville sequences, Nagoya Math. J., vol. 172, (2003), 173--187.

[HRu1] Hančl J., Rucki P. : The irrationality of Certain infinite series, Saitama J. Math., vol. 21, (2003), 1--8.

[HLN6] Hančl J. : A criterion for linear independence of series, Rocky Mountain J. Math., vol. 34, no. 1, (2004), 173--186.

[HLN7] Hančl J. : Continued fraction linear independence of sequences, Atti Sem. Mat. Fis. Univ. Modena e Reggio Emilia, vol. LII, (2004),105--116.

[HTi1] Hančl J., Tijdeman R. : On the irrationality of Cantor series, J. reine angew Math., vol. 571, (2004), 145--158.

[HTi2] Hančl J., Tijdeman R. : On the rationality of Cantor and Ahmes series, Publicat. Math. 65, no. 3-4, (2004), 371--380.

[HI11] Hančl J. : Irrational sequences of rational numbers, Note di Matematica 23, no. 1, (2004), 61--70.

[HF] Hančl J., Filip F.: Irrational measure of sequences, Hiroshima Math. J., vol. 35, no. 2, (2005), 183-195.

[HRu2] Hančl J., Rucki P. : The Transcendence of certain infinite series, Rocky Mountain J. Math., vol. 35, no. 2, (2005), 531--537.

[HSo2] Hančl J., Sobková S. : Criteria for rapidly convergent sequences to be linearly unrelated, JP Journal Algebra Num. Theory Appl. vol. 5, no. 2, (2005), 205--219.

[HTi3] Hančl J., Tijdeman R. : On the irrationality of factorial series, Acta Arith. vol. 118, no. 4, (2005), 383--401.

[HRu3] Hančl J., Rucki P. : A note to the transcendence of special infinite series, Math. Slovaca, vol. 56, no.4., (2006), 409--414.

[HSo3] Hančl J., Sobková S. : Special linearly unrelated sequences, J. Math. Kyoto Univ., vol. 46, no. 1, (2006), 31--45.

[HRu4] Hančl J., Rucki P. : Certain Liouville Series, An. Univ. Ferrara Sci. Math., vol. 52., no. 1, (2006), 45--51.

[HRuSu1] Hančl J., Rucki P., Šustek J. : A Generalization of S\'andor's Theorem Using Iterated Logarithms, Kumamoto J. Math., vol. 19, (2006), 25--36.

[HRu5] Hančl J., Rucki P. : A Generalization of S\'andor's Theorem, Commentarii Mathematici Universitatis Sancti Pauli, vol. 55, no. 2, (2006), 97--111.

[HNaSu] Hančl J., Nair R., Šustek J. : On the Lebesgue Measure of the Expressible Sets of Certain Sequences, Indag. Mathem., N.S., vol. 17, no. 4, (2006), 567--581.

[HC] Hančl J., Corvaja P. : A transcendence criterion for infinite products, Atti Acad. Naz. Lincei. Cl. Sci. Fis. Mat. Natur. Rend. Lincei (9) Mat. Appl., vol. 18, no. 3, (2007), 295--303.

[HSu1] Hančl J., Šustek J. : Expressible Sets of Sequences with Hausdorff Dimension zero, Monatshefte Math., vol. 152, no. 4, (2007), 315--319.

[HSt1] Hančl J., Štěpnička J.: On the trancendence of some infinite series, Glasgow. Math. J., vol. 50, no. 1, (2008), 27--32.

[HNRSB] Hančl J., Nair R., Rucki P., Šustek J., Bodiagin D. : Summing to arbitrary real numbers, Elemente der Mathematik, vol. 63, no. 1, (2008), 30--34.

[HTi4] Hančl J., Tijdeman R. : On the irrationality of polynomial Cantor series, Acta Arith., vol. 133, no. 1, (2008), 37--52.

[HStSu] Hančl J., Štěpnička J., Šustek J.: Linearly unrelated sequences and problem of Erdős, Ramanujan J., vol. 17, no. 3, (2008), 331--342.

[HScSu] Hančl J., Schinzel A, Šustek J. : On Expressible Sets of Geometric Sequences, Functiones Approx., vol. XXXIX, no. 1, (2008), 71--95.

[HMT1] Hančl J., Mišík L., Tóth J.: Fuzzy rational numbers and approximation of irrationals, Fuzzy sets and systems 160, no. 8, (2009), 1048--1053.

[HSt2] Hančl J., Štěpnička J.: A note to the irrationality measure, Math. Scand., vol. 104, no. 1, (2009), 117--123.

[HSu2] Hančl J., Šustek J.: Boundedly Expressible Sets, Czech. Math. J., vol. 59, no. 3, 649--654.

[HMT2] Hančl J., Mišík L., Tóth J.: Cluster points of sequences of fuzzy real numbers, Soft Computing, vol. 14, no. 4, (2010), 399--404.

[HTi5] Hančl J., Tijdeman R. : On the irrationality of factorial series II, J. Num. Theory, vol. 130, no.3, (2010), 595--607.

[HMS] Hančl J., Matala-aho T., Sobková S.: Continued fractional measure of irrationality, Kyoto J. Math., vol. 50, no. 1, (2010), 33--40.

[HSu3] Hančl J., Šustek J. : Sequences of the Cantor Type and Their Expressibility, J. Korean Math. Soc. 47, (2010), (to appear).

[HTi6] Hančl J., Tijdeman R. : On the irrationality of factorial series III, Indag. Math. New Series, (to appear).

[HMT3] Hančl J., Mišík L., Tóth J.: Asymptotic distance and its application, Rocky Mountains J. Math., (to appear).

[HNSS] Hančl J., Nair R., Sobková S., Šustek J.: On expressible sets and p-adic numbers, Proc. Edinburg Math. Soc., (to appear).