

České vysoké učení technické v Praze

Fakulta elektrotechnická

Czech Technical University in Prague

Faculty of Electrical Engineering

Ing. Pavel Hazdra, Ph.D.

*Využití modální dekompozice pro analýzu a syntézu antén*

*Modal decomposition for analysis and synthesis of antennas*

## Summary

This work presents generalized concept of antenna as an external electromagnetic resonator fully described by modal quantities - characteristic currents and their associated eigenvalues. One can see analogy with quantum mechanics where observation (measurement) of system immediately causes superposition of its eigenstates. Similarly we are able to determine measurable antenna properties only when external excitation is connected. Weighted superposition of characteristic currents then occurs and their individual properties are "projected" into input impedance and polarization-directive behavior of total radiated field. Hence it appears efficient to work at the level of simple and physically vivid characteristic currents and to perform superposition when needed.

By decomposition of sources into their "building blocks" (modes) one obtain series of important information about underlying structure of relation between "inner" and "outer" antenna problem, i.e. connection between antenna geometry and its physical properties.

By generalizing the novel theory of prof. Vandenbosch it is now possible to assign radiated power and stored electric/magnetic energies to each current mode. This allows us to rigorously calculate the radiation Q factor, study antenna resonance and input impedance. Proposed methods are successfully applicated to number of examples - linear antennas and their arrangements, bowtie dipole, dual PIFA antenna and planar microstrip antennas based both on euclidean and fractal geometry.

# Souhrn

Práce představuje obecný koncept antény jako externího elektromagnetického rezonátoru, jehož chování je popsáno pomocí modálních veličin - charakteristických proudových hustot a jim příslušejícím vlastním číslům. Tento pohled je jistým způsobem analogický kvantové mechanice - pozorování (měření) systému z "vnějšího světa" způsobí superpozici jeho jednotlivých stavů. Podobně jsme schopni stanovit měřitelné vlastnosti antény až po připojení příslušného buzení. Dochází tak k váhovanému součtu charakteristických proudů, jejichž individuální vlastnosti se "promítají" do impedance ve vstupním bodě antény a polarizačně-směrových vlastností celkového vyzářeného pole. Jeví se tedy jako názorné a účelné pracovat přímo na úrovni relativně jednoduchých fyzikálně názorných charakteristických proudů a případnou superpozici provést, až je-li toho třeba.

Dekompozicí zdrojů na jednotlivé elementární "stavební bloky" (charakteristické módy) přirozeně navíc získáváme řadu důležitých informací umožňujících hlouběji nahlédnout do vztahů mezi "vnitřní" a "vnější" anténní úlohou, tj. vztahu mezi geometrií antény a jejími fyzikálními vlastnostmi.

Zobecněním nové teorie prof. Vandenbosche je navíc možné každému proudovému modu přiřadit vyzářený výkon a energie elektrického a magnetického pole uložené v blízkém poli antény. Tím je umožněn rigorózní výpočet vyzařovacího činitele jakosti, studium rezonance antén a jejich vstupní impedance. Navržené metody jsou úspěšně aplikovány na řadu praktických příkladů - lineární antény a jejich soustavy, motýlkový dipól, dvojitá PIFA anténa a planární mikropáskové antény s euklidovskou a fraktální geometrií zářičů.

**Klíčová slova:** Teorie charakteristických módů, anténa, rezonanční frekvence, modální dekompozice, vyzařovací činitel jakosti

**Keywords:** Theory of characteristic modes, antenna, resonant frequency, modal decomposition, radiation quality factor

# Obsah

---

<b>1</b>	<b>Úvod</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Teorie charakteristických modů</b>	<b>3</b>
<b>3</b>	<b>Modální rozbor činnosti dvojité PIFA antény</b>	<b>5</b>
<b>4</b>	<b>Činitel jakosti antény</b>	<b>8</b>
4.1	Šířka pásma a Q antény . . . . .	9
4.2	Činitel jakosti a charakteristické mody . . . . .	10
4.3	Činitel jakosti jednoduché lineární antény . . . . .	11
4.4	Činitel jakosti plošné antény . . . . .	12
4.5	Činitel jakosti pro anténní soustavu . . . . .	13
<b>5</b>	<b>Modální vlastnosti plošných zářičů</b>	<b>18</b>
5.1	Obdélníkový zářič nad zemní rovinou . . . . .	18
5.1.1	Šířka pásma . . . . .	19
5.2	Fraktální zářiče . . . . .	20
<b>6</b>	<b>Závěr</b>	<b>22</b>
	<b>Ing. Pavel Hazdra, Ph.D.</b>	<b>25</b>

Souvislost mezi materiálem a geometrií struktury vyznařující elektromagnetickou vlnu a jejími fyzikálními charakteristikami je jedním ze základních anténních problémů, v literatuře nazývané jako tzv. *vnitřní úloha*<sup>1</sup>. V zásadě se jedná o nalezení rozložení zdrojů záření (proudů, nábojů) splňujících dané okrajové podmínky. Známe-li vlastnosti těchto zdrojů, lze pak již poměrně snadno stanovit "sekundární" parametry antény (*vnější úloha*), jako jsou vstupní impedance, vyzářovací diagram, činitel jakosti apod.

Elektromagnetický zářič si lze představit jako *externí rezonátor*, na kterém může existovat diskrétní spektrum vidů (modů), které jsou v této práci reprezentovány pomocí tzv. charakteristických (vlastních) proudových hustot. Tyto funkce mající určité specifické matematické vlastnosti, jsou *funkcí pouze geometrie, materiálu a frekvence* a fyzikálně představují základní "stavební bloky" celkové proudové hustoty, která se na anténě vytvoří po připojení vnějšího napájení. Mechanismus v určitých aspektech připomíná kvantovou mechaniku (kolaps vlnové funkce), kdy dojde připojením napájení<sup>2</sup> k nevratné superpozici těchto jednotlivých vlastních proudů. Jeví se tedy jako názorné a účelné pracovat přímo na úrovni relativně jednoduchých fyzikálně názorných charakteristických proudů a případnou superpozici provést až je-li toho zapotřebí (např. pro stanovení celkové vstupní impedance<sup>3</sup>.)

Důležitým atributem (zejména pro elektricky malé antény) je šířka pásma, reprezentovaná činitelem jakosti  $Q$ . V práci je využito nové teorie prof. Vandenbosche, umožňující rigorózně získat uložené energie a vyzářené výkony na základě proudové distribuce a tvaru antény. Výpočet činitele jakosti je zasazen do modálního kontextu čímž je možno hlouběji nahlédnout do fyzikální podstaty činnosti anténních struktur.

---

<sup>1</sup>Obecně mohou být materiálové vlastnosti spojitou funkcí prostoru. V této práci se však přidržíme pouze analýzy dokonalých vodičů umístěných ve vzduchu.

<sup>2</sup>Jev ekvivalentní pozorování systému

<sup>3</sup>Tu je možné v tomto kontextu chápat jako "transformaci" globálních veličin (energie, výkon) do napájecího bodu vyznařující struktury

V práci bylo využito zkušeností získaných při spolupráci na řešení zahraničních projektů ACE, ACE2 (Antenna Centre of Excellence), COST ASSIST (Antenna Systems and Sensors for Information Society Technologies) IC 0603 (prof. Cyril Luxey, prof. Guy Vandenbosch) a dalších. Řadu důležitých výpočtů by nebylo možné provést bez množství precizně naprogramovaných kódů v MATLABu, čehož se zhostili doktorandi ing. Miloslav Čapek, ing. Jan Eichler a ing. Pavel Hamouz.

---

## Kapitola 2

# Teorie charakteristických modů

---

Teorie charakteristických modů (TCM) byla formulována koncem 60tých let Garbaczem A Harringtonem [1], [2] a lze ji formulovat zcela obecně nejen pro vodivé objekty, ale i pro apertury a další struktury, které mohou vykazovat nějaký druh rezonance. Předpokládáme jeden nebo více vodivých objektů ve volném prostoru definovaných povrchem  $S$ . Dále vyjdeme z podmínky pro tečnou složku intenzity elektrického pole na dokonalém vodiči, kdy musí pro celkové tečné pole platit  $\mathbf{E}_t^{tot} = \mathbf{E}_t^s + \mathbf{E}_t^i$ , tj.:

$$\mathbf{E}_t^i = -\mathbf{E}_t^s = L(\mathbf{J}) = [Z(\mathbf{J})]_t, \quad (2.1)$$

kde  $\mathbf{E}_t^i$  je dopadající a  $\mathbf{E}_t^s$  vyzářená tečná složka intenzity elektrického pole. Vyzářená intenzita  $\mathbf{E}^s$  je svázána s povrchovou proudovou hustotou  $\mathbf{J}$  pomocí lineárního integro-diferenciálního operátoru  $L(\mathbf{J}) = -\mathbf{E}^s$

$$L(\mathbf{J}) = \left[ \iint_S \mathbf{J}(\mathbf{r}')G(\mathbf{r}, \mathbf{r}')dS' + \frac{1}{k^2} \nabla \iint_S \nabla' \mathbf{J}(\mathbf{r}')G(\mathbf{r}, \mathbf{r}')dS' \right]_t \quad (2.2)$$

Jelikož (2.2) fyzikálně vyjadřuje tečnou složku vyzářené intenzity elektrického pole v závislosti na hustotě povrchových proudů, operátor  $L$  má význam impedance a jeho diskrétní podoba je komplexní impedanční momentová matice  $Z = R + jX$ , [3]. Řešením zobecněného vlastního problému

$$\boxed{X\mathbf{J}_n = \lambda_n R\mathbf{J}_n} \quad (2.3)$$

získáme:

### Charakteristické proudy $\mathbf{J}_n$

- jsou definovány jako vlastní funkce váhované rovnice (2.3)
- maximalizují vyzářený výkon strukturou
- mají stejnou fázi, tj. mohou být popsány reálnými hodnotami
- tvoří orthogonální systém



- závisí pouze na tvaru struktury a frekvenci, nikoli na buzení

### Vlastní čísla $\lambda_n$

- jsou reálná čísla asociovaná k příslušnému charakteristickému proudu, určují jeho relativní dominanci
- číselně vyjadřují velikost jalového výkonu, tj. podmínka externí rezonance  $n$ -tého modu je  $\lambda_n = \widetilde{W}_m - \widetilde{W}_e = 0$
- obsahují informaci o rezonancích struktury a modálním vyzářovacím činiteli jakosti  $Q_{eig}$  (viz dále).

**Pozn.:** Často se místo vlastních čísel  $\lambda_n$  počítá s tzv. *charakteristickými úhly*  $\alpha_n$ , které mají strmější průběh než vlastní čísla a jsou proto pro analýzu vhodnější.

$$\alpha_n = 180^\circ - \arctan(\lambda_n). \quad (2.4)$$

Ortogonalitu modů lze využít pro expanzi charakteristických proudů na celkový proud:

$$\mathbf{J} = \sum_n A_n \mathbf{J} = \sum_n \frac{\langle \mathbf{E}^i, \mathbf{J}_n \rangle}{1 + j\lambda_n} \mathbf{J}_n, \quad (2.5)$$

kde skalární součin  $\langle \mathbf{E}^i, \mathbf{J}_n \rangle = V_n$  je tzv. excitační koeficient reprezentující vazbu budícího pole s charakteristickými proudy a  $\left| \frac{1}{1+j\lambda_n} \right|$  se nazývá modální amplitudou. Celkový proud získaný přímou inverzí impedanční matice se musí rovnat součtu:

$$\mathbf{J} = \mathbf{Z}^{-1} \mathbf{E}^i = \sum_n \frac{|\mathbf{J}_n^2|}{1 + j\lambda_n} \mathbf{E}^i, \quad (2.6)$$

kde člen  $\sum_n \frac{|\mathbf{J}_n^2|}{1+j\lambda_n}$  je spektrální forma  $\mathbf{Z}^{-1}$  mající význam diskretní Greenovy funkce [3].

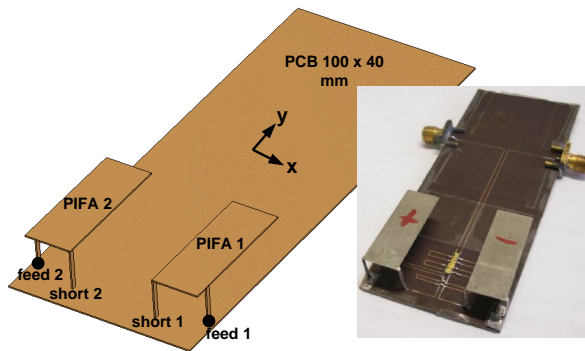
---

## Kapitola 3

# Modální rozbor činnosti dvojitě PIFA antény

---

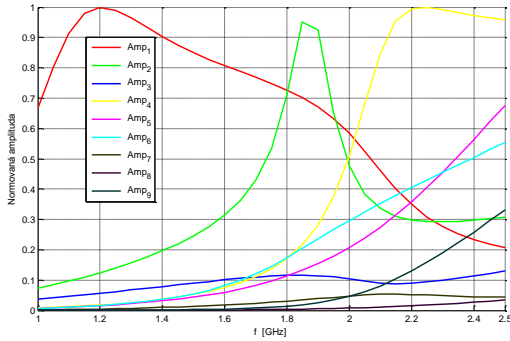
Zde popsaná úloha vychází ze spolupráce s Cyrilem Luxey z university v Nice. Jeho tým navrhl dvojitou PIFA anténu pro UMTS pásmo 1.92 - 2.17 GHz dle Obr. 3.1 a na základě simulace v IE3D zjistil, že při různém napájení (soufázovém/protifázovém) anténa vyzařuje navzájem ortogonálně polarizovanou vlnu [4]. Teorie charakteristických módů je ideální nástroj k analýze takové struktury a osvětlení polarizační diversity [5].



Obr. 3.1: Dvojitá PIFA anténa. CST model a vpravo vyrobený vzorek

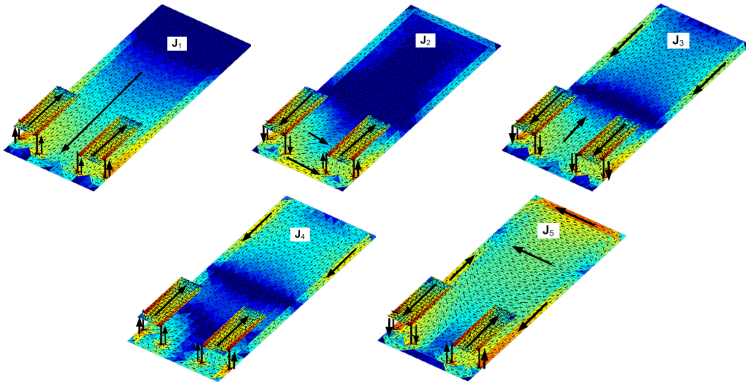
Struktura byla analyzována pomocí TCM na střední pracovní frekvenci 2GHz, příslušné modální amplitudy  $\left| \frac{1}{1+j\lambda_n} \right|$  jsou na Obr. 3.2. Pro celkovou superpozici bude bráno v úvahu prvních 5 módů.

Proudové hustoty odpovídajících charakteristických proudů jsou na Obr. 3.3. V této množině můžeme rozlišit dvě skupiny - proudy mající soufázovou ( $\mathbf{J}_1, \mathbf{J}_3, \mathbf{J}_4$ ) a protifázovou ( $\mathbf{J}_2, \mathbf{J}_5$ ) orientaci v místě napájecích bodů. Stejnou orientaci napájecího napětí lze tedy tyto množiny proudů vybudit. Soufázové módy mají proud tekoucí po struktuře dominantně v  $y$  směru, protifázové ve směru  $x$ , a budou tak vyzařovat navzájem opačně polarizované pole (ve smyslu Ludwig3 definice).



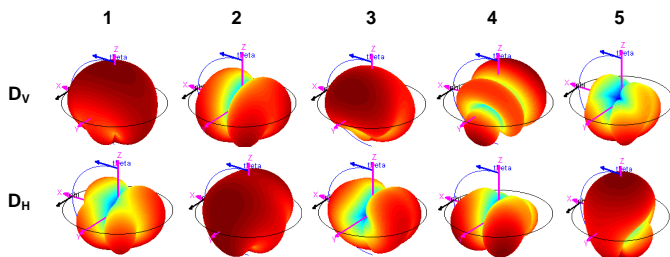
Obr. 3.2: Modální amplitudy  $\left| \frac{1}{1+j\lambda_n} \right|$

Pro soufázové (++) napájení jsou dominantní módy 3, 1 a pro protifá-

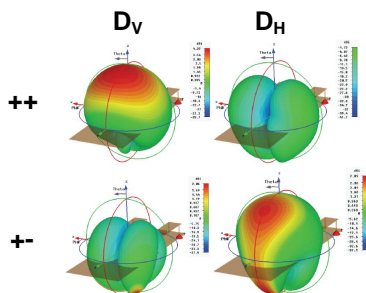


Obr. 3.3: Prvních 5 charakteristických proudů

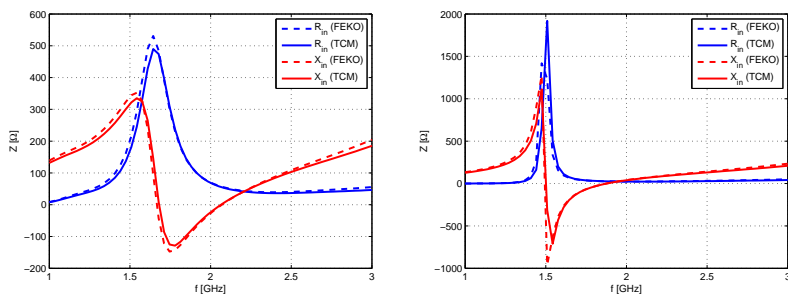
zové (+-) módy 2, 5 a lze na základě (2.5) psát  $\mathbf{J}_{++} \doteq 13.5 e^{j56^\circ} \mathbf{J}_3 + 9.8 e^{-j56^\circ} \mathbf{J}_1 = 23.3(\mathbf{J}_1 + \mathbf{J}_3)$  resp.  $\mathbf{J}_{+-} \doteq 12.5 e^{j64^\circ} \mathbf{J}_2 + 2.9 e^{-j93^\circ} \mathbf{J}_5$ . Vyzařovací diagramy prvních 5ti módů jsou na Obr. 3.4 a potvrzují výše zmíněné úvahy. Celkové (CST [6]) vyzařovací diagramy pro obě konfigurace napájení jsou na Obr. 3.5 a potvrzují vzájemnou orthogonalitu. Vstupní impedance vypočtená pomocí TCM analyzátoru a komerčního software FEKO [7] je na Obr. 3.6.



Obr. 3.4: 3D modální vyzářovací diagramy pro prvních 5 relevantních módů



Obr. 3.5: Vyzářovací diagramy pro soufázové a protifázové buzení



Obr. 3.6: Vstupní impedance pro soufázové (vlevo) a protifázové (vpravo) buzení

# Činitel jakosti antény

---

Vyzařovací činitel jakosti  $Q$  je pro antény definován jako [8]

$$Q_r = 2\omega \frac{\max(\widetilde{W}_e, \widetilde{W}_m)}{P_r}, \quad (4.1)$$

kde  $\widetilde{W}_m$  a  $\widetilde{W}_e$  jsou časově zprůměrované uložené energie magnetického resp. elektrického pole a  $P_r$  je výkon ztracený zářením za periodu. Předpokládáme anténu zhotovenou z bezztrátových materiálů, která je přivedena do rezonance ( $\widetilde{W}_m = \widetilde{W}_e$ ) - buď její vlastní rezonancí nebo externím přizpůsobovacím prvkem.

Elektromagnetická energie vyplňuje veškerý prostor kolem antény, takže není přímo jasné, jak definovat energii uloženou v blízkém poli antény. Část celkové energie je asociována s vyzářeným polem a musí být tudíž od čitatele (4.1) odečtena [9]. Vzhledem k tomu, že je energie globální veličina, musí být odečtení této "zářivé energie" provedeno v každém bodě celého prostoru kolem antény. Výše zmíněný problém se podařilo rigorózně vyřešit až prof. Vandenboschovi [10]. Níže uvedené vztahy dávají do souvislosti zdrojové veličiny záření (el. proudy/náboje) s vyzářeným výkonem a energiemi elektromagnetického pole:

$$P_r = \left( \frac{1}{8\pi\omega\epsilon} \right) \iint [k^2 \mathbf{J}_1(\mathbf{r})\mathbf{J}_2^*(\mathbf{r}') - \nabla \cdot \mathbf{J}_1(\mathbf{r})\nabla \cdot \mathbf{J}_2^*(\mathbf{r}')] \frac{\sin kR}{R} dS_1 dS_2 \quad (4.2)$$

$$\widetilde{W}_e = \frac{1}{16\pi\omega^2\epsilon} (I_e - I_r), \quad (4.3)$$

$$\widetilde{W}_m = \frac{1}{16\pi\omega^2\epsilon} (I_m - I_r), \quad (4.4)$$

kde

$$I_r = \frac{k}{2} \iint [k^2 \mathbf{J}_1(\mathbf{r})\mathbf{J}_2^*(\mathbf{r}') - \nabla \cdot \mathbf{J}_1(\mathbf{r})\nabla \cdot \mathbf{J}_2^*(\mathbf{r}')] \sin(kR) dS_1 dS_2, \quad (4.5)$$

$$I_e = \iint \nabla \cdot \mathbf{J}_1(\mathbf{r}) \nabla \cdot \mathbf{J}_2^*(\mathbf{r}') \frac{\cos kR}{R} dS_1 dS_2, \quad (4.6)$$

$$I_m = k^2 \iint \mathbf{J}_1(\mathbf{r}) \mathbf{J}_2^*(\mathbf{r}') \frac{\cos kR}{R} dS_1 dS_2, \quad (4.7)$$

a  $R$  je vzdálenost mezi interagujícími proudovými hustotami.  $I_r$  reprezentuje energii asociovanou se zářením.

## 4.1 Šířka pásma a $Q$ antény

Intuitivně lze nahlédnout, že jakost struktury je primárně určena "ochotou" zdrojů záření (proudu  $\mathbf{J}$  resp. hustoty náboje  $\rho = \nabla \cdot \mathbf{J}$ ) vyzařovat. Rozložení proudů na anténě se tedy určitým způsobem promítá do frekvenční citlivosti vstupní impedance měřené v určitém bodě na struktuře. Z tohoto důvodu je možné  $Q_r$  aproximovat vztahem [11]

$$Q_X = \omega_0 \frac{\frac{dX(\omega)}{d\omega}}{2R(\omega_0)}, \quad (4.8)$$

kdy je brána v úvahu jen změna imaginární části vstupní impedance antény  $Z = R + jX$ . Vztah (4.8) však selhává v antirezonančních<sup>1</sup> ( $\frac{dX}{d\omega} < 0$ ). Yaghjian a Best publikovali [12] přesnější vztah

$$Q_Z = \omega_0 \frac{\left| \frac{dZ(\omega)}{d\omega} \right|}{2R(\omega_0)}, \quad (4.9)$$

který je ve velice dobré shodě s exaktním  $Q_r$  antény, pokud jsou ovšem rezonance a antirezonance dostatečně vzdáleny. Pro  $R'(\omega_0) = 0$  (což je případ charakteristických proudů) se  $Q_Z$  redukuje na  $Q_X$ ; obecnější definice  $Q_Z$  je invariantní vůči posuvu referenční roviny na napájecím vedení.

*I když není možné přímo měřit činitel jakosti  $Q$ , jedná se o velice důležitým parametr antény - souvisí totiž s maximální "-3dB" dosažitel-*

<sup>1</sup>Tyto však nejsou v pravém slova smyslu rezonancemi, jde o interakci dvou charakteristických módů

nou relativní šířkou pásma<sup>2</sup>.

$$FBW = \frac{f_+ - f_-}{f_0} = \frac{\Delta f}{f_0}, \quad (4.10)$$

kde  $f_0$  je rezonanční frekvence a  $f_+$  resp.  $f_-$  jsou body poklesu pro poloviční výkon.

V anténí technice je běžné vyjadřovat stupeň přizpůsobení pomocí činitele stojatých vln; relativní šířka pásma pro  $PSV < s$  je [12]

$$FBW \simeq \frac{s - 1}{Q\sqrt{s}}. \quad (4.11)$$

*Je důležité připomenout, že výše uvedené vztahy jsou odvozeny z předpokladu "jednoduše" rezonujícího systému, nicméně byly shledány jako dostatečně přesné pro oblast malých antén. U širokopásmových antén založených na vícerezonančním principu (typu LogPer apod.) nebyla zatím nalezena obecně platná funkce  $FBW = f(Q)$ .*

## 4.2 Činitel jakosti a charakteristické mody

Impedance *bezeztrátové* antény je z Poyntingova teorému [13]:

$$Z = R + jX = \frac{1}{|I|^2} \left[ P_r + j2\omega(\widetilde{W}_m - \widetilde{W}_e) \right]. \quad (4.12)$$

Vzhledem k tomu, že jsou charakteristické proudy normovány na  $P_r = 1$ , (4.12) se redukuje na:

$$X = \frac{2\omega(\widetilde{W}_m - \widetilde{W}_e)}{|I|^2} \quad (4.13)$$

a vztah pro  $Q_Z$  (4.9) přejde na ( $\frac{\partial R}{\partial \omega} = 0$ ):

$$\omega_0 \left| \frac{\partial X}{\partial \omega} \right| = Q_X = \omega_0 \frac{\left| \frac{\partial X}{\partial \omega} \right| |I|^2}{2R|I|^2} = \frac{\omega_0}{2} \frac{\partial}{\partial \omega} \left[ 2\omega(\widetilde{W}_m - \widetilde{W}_e) \right]. \quad (4.14)$$

---

<sup>2</sup>Fractional impedance BandWidth

Modální činitel  $Q_{eig}$  je definován jako změna vlastního čísla s frekvencí v rezonanci [14]:

$$Q_{eig} = \frac{\omega_0}{2} \frac{d\lambda}{d\omega} = Q_X, \quad \lambda = 2\omega(\widetilde{W}_m - \widetilde{W}_e). \quad (4.15)$$

Užitím reaktančního teorému [15]  $\frac{d\lambda}{d\omega} = 2(\widetilde{W}_m + \widetilde{W}_e)$  je navíc možné ukázat, že  $Q_{eig}$  je v rezonanci rovné exaktnímu  $Q$  dle (4.1):

$$Q_{eig} = \frac{\omega}{2} \frac{d\lambda}{d\omega} = \frac{\omega}{2} 2(\widetilde{W}_m + \widetilde{W}_e) = 2\omega\widetilde{W}_m = 2\omega\widetilde{W}_e. \quad (4.16)$$

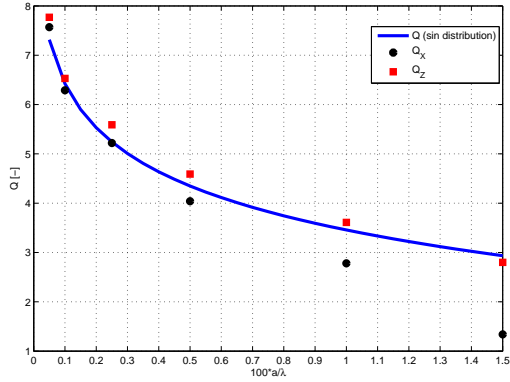
### 4.3 Činitel jakosti jednoduché lineární antény

Výše uvedená teorie byla aplikována pro stanovení  $Q_r$  dipólové antény délky  $2L$  v ose  $z$ , poloměru  $a$  s jednoduchým reálným 1D sinovým rozložením proudu, které v podstatě odpovídá základnímu charakteristickému modu v rezonanci:

$$I(z) = \sin[k(L/2 - |z|)]. \quad (4.17)$$

Tloušťka dipólu je zahrnuta v tzv. redukovaném jádru pro tenký vodič, kdy vzdálenost mezi proudovými segmenty je  $R = \sqrt{(z - z')^2 + a^2}$ . Situace je analogická výpočtu interakcí v metodě momentů - předpokládá se, že proudy tečou pouze ve směru  $z$ , tj. proudová hustota je konstantní a rovna  $\mathbf{J}(z) = \frac{I(z)}{2\pi a} \mathbf{z}_0$ . Výsledky pro půlvlnný dipól  $2L = \lambda/2$  byly srovnány s (4.9), kde je vstupní impedance spočtena full-wave MoM simulátorem FEKO [7]. Dipól byl ve FEKU modelován jako reálný válcový vodič tvořený trojúhelníkovou mříží, aby tak bylo možno porovnat přesnost "tenko-drátové" aproximace. Pro klesající poloměr vodiče  $Q$  narůstá díky singulárnímu členu  $\frac{\cos kR}{R}$  v energiích - rovnice (4.6) a (4.7), viz Obr. 4.1. Aproximace pomocí  $Q_X$  se začíná pro větší poloměry výrazněji odchylovat, zatímco  $Q_Z$  poskytuje hodnoty platné i pro relativně tlusté vodiče, kde již není možno zanedbat změny reálné složky vstupní impedance.

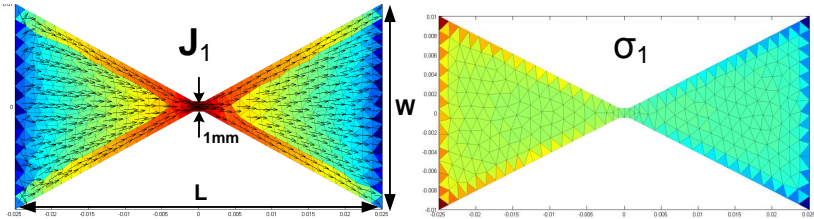




Obr. 4.1: Činitel jakosti půlvlnného dipólu jako funkce poloměru  $a$

## 4.4 Činitel jakosti plošné antény

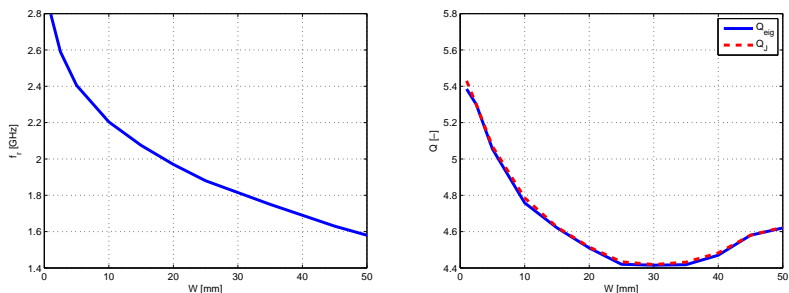
Jako příklad je analyzován dominantní mod  $\mathbf{J}_1$  motýlkového dipólu (bowtie) ve volném prostoru o délce  $L = 50$  mm a proměnné šířce  $W$  - Obr. 4.2. Rezonanční frekvence se zvětšující se šířkou  $W$  dle před-



Obr. 4.2: Motýlkový dipól "bowtie" - proudová hustota  $\mathbf{J}_1$  a náboj  $\sigma_1$  dominantního modu

pokladů klesá,  $Q$  (stanovené vždy v rezonanci) vykazuje minimum pro  $L/W \cong 5/3$  ( $ka = 1.109$ ). V obrázku 4.3 vpravo je  $Q_J$  činitel jakosti získaný výše popsanou metodou z proudů a  $Q_{eig}$  je modální činitel jakosti dle (4.15).

Motýlkový dipól  $L/W = 5/3$  byl rovněž spočten full-wave MoM

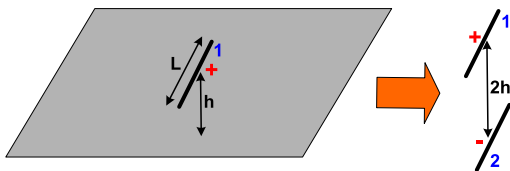


Obr. 4.3: Rezonanční frekvence  $J_1$  motýlkového dipólu (vlevo) a vyzařovací činitel jakosti (vpravo)

v simulátoru FEKO. Rezonanční frekvence vychází  $f_0 = 1.826$  GHz (1.816 GHz v TCM),  $Q_Z = 4.41$  ( $Q_{eig} = Q_J = 4.419$ ). Předpokládáme tedy šířku pásma  $FBW(PSV < 2) = \frac{1}{Q\sqrt{2}} = 16\%$ . Z MoM simulace je  $FBW(PSV < 2) = \frac{f_2 - f_1}{f_0} = \frac{1.98 - 1.70}{1.83} = 15.3\%$ , hodnota dobře se shodující s výsledky modální analýzy.

## 4.5 Činitel jakosti pro anténní soustavu

Mějme nejprve tenký půlvlnný dipól délky  $L = 100$  mm na frekvenci  $f = 1.5$  GHz o poloměru  $a = 0.5$  mm nad nekonečnou, elektricky dokonale vodivou rovinou (PEC). Metodou zrcadlení je možné zemní rovinu odstranit a dospět k náhradnímu modelu dle Obr. 4.4. Uvažujme, že



Obr. 4.4: Tenký dipól nad nekonečnou zemní rovinou

proudy na všech dipólech v rezonanci jsou reálné ve tvaru (4.17), což je rozložení odpovídající základnímu modu na rezonanční frekvenci. Dále předpokládáme, že se proudová distribuce vlivem zemní roviny nemění

( $h \gg a$ ). Pak lze buzení (resp. zde efekt země) zahrnout do (obecně komplexních) konstant  $\alpha_i$ :

$$I_i(z) = \alpha_i I(z) \quad (4.18)$$

a integrály pro  $P_r$  a  $W_e/W_m$  budou mít obecnou formu:

$$\alpha_m \alpha_n^* \iint f(J(z)J(\xi)) g(R_{mn}) dz d\xi = \alpha_m \alpha_n^* T_{mn}. \quad (4.19)$$

V případě z Obr. 4.4 je (pro  $h \gg a$ )  $R_{11} = \sqrt{(z - \xi)^2 + a^2}$ ,  $R_{12} = \sqrt{(z - \xi)^2 + a^2 + (2h)^2}$  a budící koeficienty  $\alpha_1 = 1$  a  $\alpha_2 = -1$ . S využitím uvedené dekompozice anténní soustavy na vazby vlastní a vzájemné lze psát celkový vyzářený výkon a energie v maticové podobě:

$$P_r = \text{tr}([\alpha_{mn}][P_{mn}]) \quad (4.20)$$

$$\widetilde{W}_e = \text{tr}([\alpha_{mn}][W_{e_{mn}}]) \quad (4.21)$$

$$\widetilde{W}_m = \text{tr}([\alpha_{mn}][W_{m_{mn}}]), \quad (4.22)$$

kde  $\text{tr}$  je stopa matice (součet diagonálních prvků),  $P_{mn}$  a  $W_{e_{mn}}$ ,  $W_{m_{mn}}$  matice výkonu a energií (dle (4.19)) a  $\alpha$  je vazební matice spojující zářič s vnějším světem - buzením. Pak je celkový činitel jakosti dán vztahem [16]:

$$Q = 2\omega \frac{\max\{\text{tr}([\alpha_{mn}][W_{m_{mn}}]), \text{tr}([\alpha_{mn}][W_{e_{mn}}])\}}{\text{tr}([\alpha_{mn}][P_{r_{mn}}])}. \quad (4.23)$$

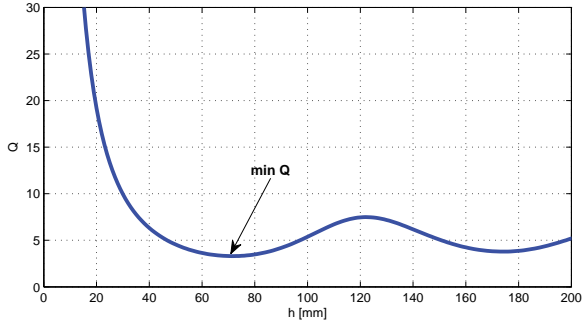
Pro zde uvedený případ protifázových dipólů je:

$$\alpha = \begin{pmatrix} \alpha_1 \alpha_1^* & \alpha_1 \alpha_2^* \\ \alpha_2^* \alpha_1 & \alpha_2 \alpha_2^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \quad (4.24)$$

a můžeme (4.23) rozepsat do podoby:

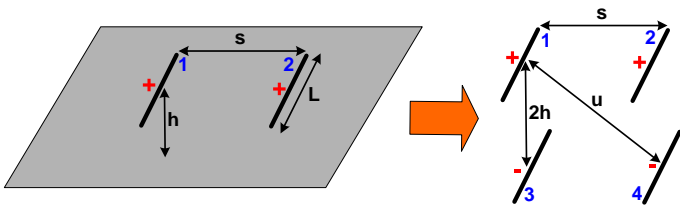
$$Q = 2\omega \frac{\max\{(W_{m_{11}} - W_{m_{12}}), (W_{e_{11}} - W_{e_{12}})\}}{P_{r_{11}} - P_{r_{12}}}, \quad (4.25)$$

kde jednotlivé členy lze identifikovat jako vlastní a vzájemné energie a výkony<sup>3</sup>. Výsledný činitel jakosti je na Obr. 4.5 jako funkce výšky nad zemí a vykazuje absolutní minimum pro  $h_{opt} = 72\text{mm}$  ( $h_{opt}/\lambda \cong 0.36$ ). Uvedený model je využitelný i pro plošná proudová rozložení (mikropásková anténa), neboť dominantní efekt na pozici minima má *interakce vlastního a vyzářeného výkonu* - jmenovatel (4.25).



Obr. 4.5:  $Q(h)$  tenkého dipólu  $a = 0.5\text{mm}$  nad nekonečnou PEC zemí

Další variantou jsou dva tenké dipóly napájené soufázově nad PEC zemní rovinou (tzv. ”Eleven” konfigurace). Metodou zrcadlení je možné zemní rovinu odstranit a dospět k náhradnímu modelu dle Obr. 4.6.



Obr. 4.6: Soustava dvou dipólů nad nekonečnou PEC zemí

Pak je (pro  $s, h \gg a$ )<sup>4</sup>  $R_{11} = \sqrt{(z - \xi)^2 + a^2}$ ,  $R_{12} = \sqrt{(z - \xi)^2 + s^2}$ ,  $R_{13} = \sqrt{(z - \xi)^2 + (2h)^2}$ ,  $R_{14} = \sqrt{(z - \xi)^2 + u^2}$  a budící koeficienty

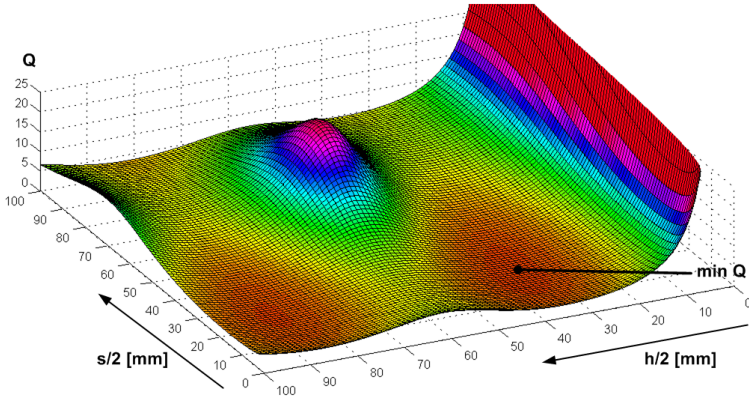
<sup>3</sup>Analogické s vlastními a vzájemnými impedancemi v anténní řadě

<sup>4</sup>Pro vzdálenější vazby zanedbáváme tloušťku dipólu  $a$

$\alpha_1 = \alpha_2 = 1$  a  $\alpha_3 = \alpha_4 = -1$ . Vazební matice je:

$$\alpha = \begin{pmatrix} \alpha_1 \alpha_1^* & \alpha_1 \alpha_2^* & \alpha_1 \alpha_3^* & \alpha_1 \alpha_4^* \\ \alpha_2 \alpha_1 & \alpha_2 \alpha_2^* & \alpha_2 \alpha_3^* & \alpha_2 \alpha_4^* \\ \alpha_3 \alpha_1 & \alpha_3 \alpha_2^* & \alpha_3 \alpha_3^* & \alpha_3 \alpha_4^* \\ \alpha_4 \alpha_1 & \alpha_4 \alpha_2^* & \alpha_4 \alpha_3^* & \alpha_4 \alpha_4^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}. \quad (4.26)$$

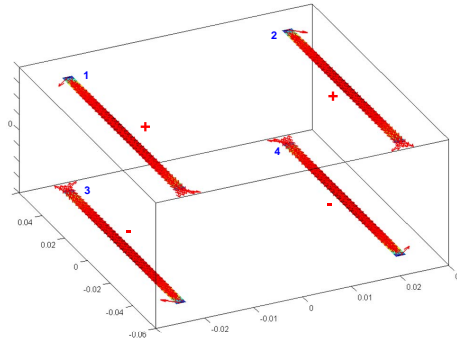
Na Obr. 4.7 je celkové  $Q(h, s)$  pro dipóly  $L = 100\text{mm}$  s poloměrem  $a = 0.5\text{mm}$ ,  $f = 1.5\text{ GHz}$ . Podobně jako v případě jednoho dipólu



Obr. 4.7:  $Q(h, s)$  soustavy dvou dipólů nad nekonečnou PEC zemí

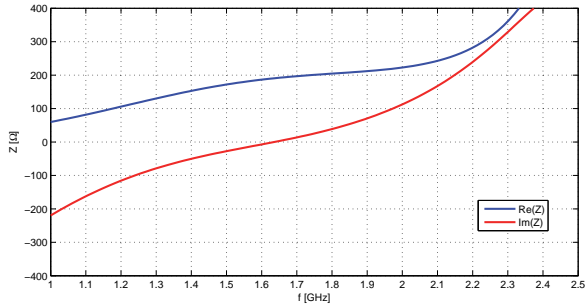
nad zemí ( $h_{opt} = 72\text{mm}$ ,  $h_{opt}/\lambda = 0.36$ ,  $Q_{min} = 3.30$ ) i zde nastává globální minimum činitele jakosti ( $Q_{min} = 1.29$ ) - pro  $s_{opt} = 45\text{mm}$  ( $s_{opt}/\lambda = 0.225$ ) a  $h_{opt} = 75\text{mm}$  ( $h_{opt}/\lambda = 0.375$ ). Dominantním faktorem je opět *interakce vzájemných výkonů mezi protifázovými dipóly vzdálenými o  $2h$* .

Pro kontrolu byla tato soustava analyzována pomocí charakteristických modů. Není brána v úvahu zemní rovina, tudíž je nutné vybrat příslušný mod, odpovídající zmíněné konfiguraci dipólů - Obr. 4.8. Tenké válcové dipóly byly nahrazeny dipóly páskovými o ekvivalentní šířce  $w = 4a = 2\text{mm}$ . Dostáváme  $Q_{eig} = 1.34$ ,  $Q_J = 1.32$ , obě hodnoty jsou blízké výsledku z (4.23). Vstupní impedance (díky nízkému  $Q$  jsou průběhy relativně ploché) spočtená ve full-wave MoM software FEKO je na Obr. 4.9 a z ní stanovené  $Q_z = 1.2$ . Impedanční šířka pásma



Obr. 4.8: Charakteristický mod příslušející "Eleven" konfiguraci

$FBW(P_{SV} < 2) = \frac{2.04 - 1.29}{1.6} \cdot 100 = 46\%$ , což dobře koresponduje se šířkou pásma vypočtenou z činitele jakosti  $FBW = \frac{1}{Q\sqrt{2}}$ .



Obr. 4.9: Vstupní impedance pro soustavu 2 dipólů nad zemí

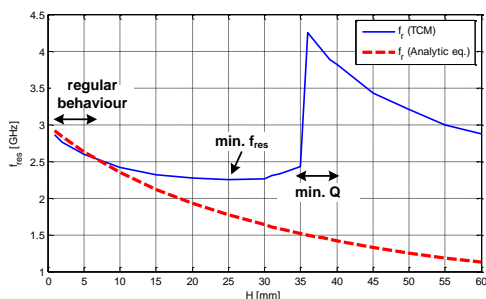
# Modální vlastnosti plošných zářičů

## 5.1 Obdélníkový zářič nad zemní rovinou

Vyzařovací činitel jakosti a rezonanční frekvence jsou jedním ze základních parametrů planárních zářičů. Doposud byly v literatuře řešeny pouze aproximativně, nyní je však k dispozici teoretické zázemí pro rigorózní výpočet jednotlivých modálních vlastností.

Nejprve byl studován dominantní mod  $TM_{01}$  obdélníkového zářiče  $L = 50$ ,  $W = 30$  mm (dále značen jako R50x30) ve vzduchu<sup>1</sup> nad nekonečnou zemní rovinou ve výšce  $h$ . Rezonance je nalezena z podmínky  $\lambda = 2\omega(\widetilde{W}_m - \widetilde{W}_e) = 0$ , resp.  $\alpha = 180^\circ$ . Pro nulovou výšku souhlasí rezonanční frekvence s výsledkem z dutinového modelu kdy  $f = \frac{c_0}{2L} = 3$  GHz. Pro malé výšky ( $h < 10$  mm resp.  $h < 0.08\lambda_{res}$ ) je změna přibližně lineární a pro stanovení  $f_r$  lze použít aproximativních rovnic vycházejících z konceptu rozptylového pole (např. [17]), viz Obr. 5.1. Dále je chování poněkud zajímavější, patch dosahuje minima  $f_r$ , a to zhruba pro  $H \cong 25$  mm. Poté dochází k nárůstu rezonanční frekvence a zhruba ve výšce  $h \cong 45$  ( $h \cong 0.5\lambda_{res}$ ) mm se začne situace opakovat.

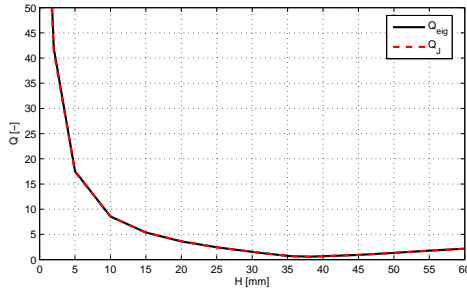
Vyzařovací  $Q(h)$  vykazuje minimum, podobně jako tomu bylo v pří-



Obr. 5.1: Rezonanční frekvence  $f_1(h)$  (dominantní mod  $TM_{01}$ ) pro obdélníkový zářič R50x30, srovnání s [17]

<sup>1</sup>Díky volbě  $W \neq L$  se nemusíme zabývat degenerovanými mody.

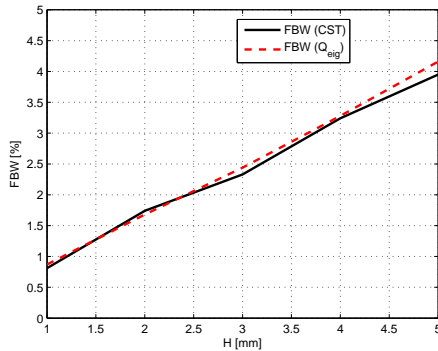
padě protifázových dipólů analyzovaných v předchozí kapitole. U našeho planárního zářiče nastává minimum (Obr. 5.2) pro  $h \simeq 0.4\lambda$ , tj. hodnotě podobné odvozené analyticky [18].



Obr. 5.2:  $Q_{eig}$  a  $Q_J$  stanovený na rezonančních frekvencích pro R50x30

### 5.1.1 Šířka pásma

Pro ověření vztahu (4.11) byl analyzovaný patch  $R50 \times 30$  spočten v simulátoru CST MWS (napájení nad nekonečnou zemí bylo realizováno tenkým koaxiálním vodičem) a šířka pásma spočtena dle (4.10). Byly zkoumány jen relativně malé výšky, abychom mohli zanedbat efekt budícího přívodu (jeho indukčnost). Porovnání s (4.11) je na Obr. 5.3.

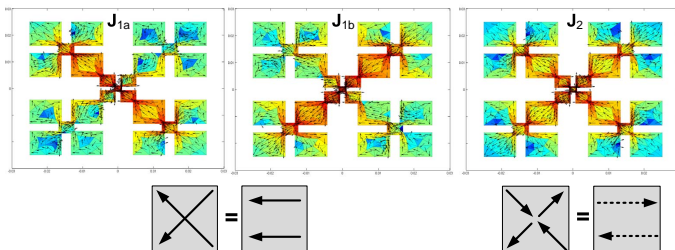


Obr. 5.3:  $FBW$  pro R50x30



## 5.2 Fraktální zářiče

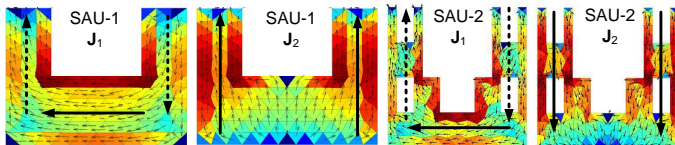
Ve [19] byl popsán návrh fraktálního zářiče FCL2 (druhá iterace) příčných rozměrů  $50 \times 50$  mm buzeného lomenou sondou ve výšce nad zemí  $h = 36$  mm. Pro tuto výšku (která je kompromisem mezi šířkou pásma, vyzářovacími vlastnostmi a rozměry lomené sondy) jsou spočteny charakteristické úhly prvních 3 modů a z nich modální činitelé jakosti. První dva módy ( $\mathbf{J}_{1a}$  a  $\mathbf{J}_{1b}$ ) jsou degenerované se shodnou rezonanční frekvencí  $f_1 = f_2 = 1.39$  GHz a  $Q_{eig1} = 10.5$ , další mód  $\mathbf{J}_2$  rezonuje na  $f_3 = 1.58$  GHz při  $Q_{eig2} = 226.3$ . Vzhledem k symetrii degenerovaných modů a pozici napájecí sondy budou  $\mathbf{J}_{1a}$  a  $\mathbf{J}_{1b}$  vždy vybudeny a sečteny a lze je chápat jako jeden mód - Obr. 5.4. Vyvstává tak otázka, proč je



Obr. 5.4: Proudové hustoty prvních 2 modů

$Q_3$  mnohonásobně vyšší. Vyznačíme-li si dominantní proudové dráhy a symbolicky provedeme jejich vektorové součty, získáme model dle Obr. 5.4 dole. Charakteristický proud  $\mathbf{J}_2$  si lze představit jako superpozici dvou protifázových proudů, které vždy přispívá k nárůstu  $Q$ . Z toho také plyne, že nejnižšího možného  $Q$  je možné dosáhnout jen s "dipólovým" videm struktury, který neobsahuje protifázové složky. Takový vid je často fundamentální, ale nemusí to být pravidlem, jak uvidíme dále. Takovým příkladem jsou zářiče SAU [20] iterací 1-2 (Obr. 5.5). Základní mód je tvořen protifázovými proudy a další vyšší proudy soufázovými. Tomu odpovídá i dramaticky odlišný činitel jakosti - např. pro SAU2 je  $Q_{eig1} = 26.3$  a  $Q_{eig2} = 1.7$ .

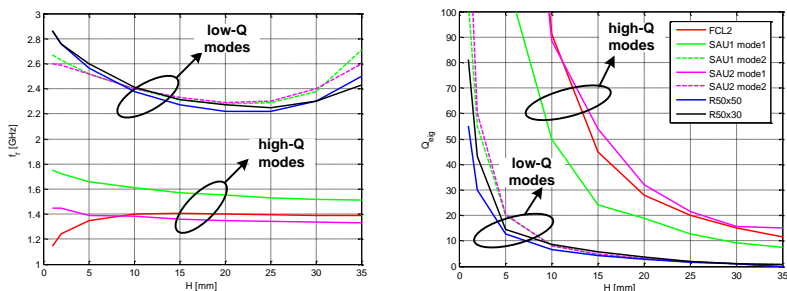
Při analýze výše uvedených planárních struktur nad zemní rovinou byly objeveny určité zajímavé vlastnosti týkající se rezonančních frekvencí a modálních vyzářovacích faktorů. Módy jednotlivých stu-



Obr. 5.5: Proudové hustoty struktury SAU1-2

dovaných planárních objektů lze rozdělit do dvou skupin: *vysokojakostní* ( $FCL2$ ,  $SAU1_{m1}$ ,  $SAU2_{m1}$ ) a *nízkojakostní* ( $SAU1_{m2}$ ,  $SAU2_{m2}$ ,  $R50x50$ ,  $R50x30$ ) - Obr. 5.6. Z pohledu proudových hustot je nárůst  $Q$  způsoben přítomností protifázových proudů. Nepatrně jiného charakteru je situace u motivu  $FCL2$ . Vzhledem k jeho geometrické složitosti je dominantní mod tvořen nejen hlavními zřídlovými proudy, ale i víry, které obsahují protifázové složky - jak lze zjistit detailním rozbořem Obr. 5.4

Rezonanční frekvence modů se pro tyto skupiny modů chovají rovněž odlišně. U nízkojakostních se  $f_r$  výrazněji mění - nejprve klesá, prochází minimem a dále narůstá. Oproti tomu je rezonanční frekvence vysokojakostních modů na změnu výšky prakticky necitlivá. *Vysvětlení leží pravděpodobně ve faktu, že vysokojakostní protifázové proudy "drží" elektromagnetické pole blízko zářící struktury a rozptylové pole tak není přítomností zemní roviny příliš ovlivněno.*



Obr. 5.6: Modální rezonanční frekvence a  $Q_{eig}$  analyzovaných planárních struktur

Práce seznamuje s aktuálními výsledky v oblasti fundamentální anténní teorie vycházející z dílčích vědecko-pedagogických aktivit autora, viz např. [16], [18], [20], [21]. Je představen obecný koncept antény jako externího elektromagnetického rezonátoru, jehož chování je popsáno pomocí modálních veličin. Tento pohled je jistým způsobem analogický kvantové mechanice - pozorování (měření) systému z "vnějšího světa" způsobí superpozici jeho jednotlivých stavů. Podobně jsme schopni stanovit měřitelné vlastnosti antény až po připojení příslušného buzení. Dochází tak k váhovanému součtu charakteristických proudů, jejichž individuální vlastnosti se "promítají" do impedance ve vstupním bodě antény a polarizačně-směrových vlastností celkového vyzářeného pole. Bez modální dekompozice bychom tedy znali jen souhrnný stav antény, který je funkcí (z pohledu zářiče) i externích prvků.

Rozkladem zdrojů na charakteristické módy přirozeně navíc získáváme řadu důležitých informací a je tak možné hlouběji nahlédnout do vztahů mezi "vnitřní" a "vnější" anténní úlohou, tj. vztahu mezi geometrií antény a jejími fyzikálními vlastnostmi.

Výsledky práce jsou velice dobře využitelné při výuce teorie elektromagnetického pole a anténních předmětů studentů magisterského a doktorského studia. Představují teoreticky propracovaný, jednotný a názorný pohled na chování zářících struktur. Koncept *anténa jako vyzářující element - množina charakteristických proudů - elektromagnetické vlastnosti jednotlivých módů - superpozice* usnadňuje pohled na hlubší matematicko-fyzikální podstatu činnosti antén.

Záměrem textu bylo shrnutí etapy základního vědeckého výzkumu hlubší anténní teorie v týmu ing. Miloslav Čapek, ing. Jan Eichler a ing. Pavel Hamouz. Bylo mi ctí se snažit naše společné úsilí koordinovat. Rád bych zde ještě jednou vyjádřil upřímný dík těmto mým kolegům - a zejména pak prof. Miloši Mazánkovi, který mi umožnil se této tvůrčí činnosti věnovat.

# Literatura

---

- [1] R.J. Garbacz, *A Generalized Expansion for Radiated and Scattered field*, Ph.D. Dissertation, Ohio State University, Columbus, OH, 1968
- [2] R. F. Harrington, J. R. Mautz, "Theory of Characteristic Modes for Conducting Bodies", *IEEE Trans-AP*, Vol.19,No.5, 1971
- [3] R. F. Harrington *Field Computation by Moment Methods*, IEEE Press, 1993
- [4] A. Diallo, C. Luxey, Ph. Le Thuc, R. Staraj, G. Kossivas, "Enhanced two-antenna structures for UMTS diversity terminals", *IET MAP*, Vol. 2, No. 1, pp. 93-101, February 2008.
- [5] F. Ferrero, A. Diallo, C. Luxey, B. Derat, P. Hamouz, P. Hazdra, J. Rahola, "Two-Element PIFA Array Structure for Polarization Diversity in UMTS Mobile Phones", *Radioengineering*, Vol. 18, No. 4, Dec. 2009
- [6] CST GmbH, online: [www.cst.com](http://www.cst.com)
- [7] EMSS FEKO, online: [www.feko.info](http://www.feko.info)
- [8] D. R. Rhodes, "Observable Stored Energies of Electromagnetic Systems", *J. Franklin Inst.*, Vol. 302, No. 3, 225-237, 1976.
- [9] W.Geyi, *Foundations of Applied Electrodynamics*, 2010, Wiley
- [10] G. A. E. Vandenbosch, "Reactive energies, Impedance and Q-factor of radiating structures", *IEEE Trans-AP*, Vol. 58, No. 4, pp. 1112-1127, April 2010

- [11] R. L. Fante, "Quality factor of general ideal antennas," *IEEE Trans.*
- [12] A. D. Yaghjian, S. R. Best, "Impedance, bandwidth, and Q of antennas", *IEEE Trans-AP*, Vol. 53, No. 4, 2005
- [13] R. F. Harrington, *Time-Harmonic Electromagnetic Fields*, IEEE Press, 2001
- [14] M. F. Cabedo, *Systematic Design of Antennas Using the Theory of Characteristic Modes*, Ph.D. Dissertation, UPV, Valencia, 2007
- [15] C. A. Levis, "A Reactance Theorem for Antennas", *Proceedings of the IRE*, pp. 1128-1134, August 1957
- [16] M. Capek, P. Hazdra, J. Eichler, "A Method for the Evaluation of Radiation Q Based on Modal Approach", zasláno k recenzi do časopisu *IEEE TAP*
- [17] R. Garg, P. Bhartia, I. Bahl, A. Ittipiboon, *Microstrip Antenna Design Handbook*, Artech House, 2000
- [18] P. Hazdra, M. Capek, J. Eichler, "Radiation Q - Factors of Thin-Wire Dipole Arrangements", *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, Vol. 10, pp. 556 - 560, 2011
- [19] P. Hazdra, *Planární fraktálové anténní struktury, disertační práce*, FEL-ČVUT, Praha, 2009
- [20] J. Eichler, P. Hazdra, M. Capek, T. Korinek, P. Hamouz, "Design of a Dual Band Orthogonally Polarized L-probe Fed Fractal Patch Antenna using Modal Methods", *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, Vol. 10, pp. 1389-1392, 2011
- [21] J. Eichler, P. Hazdra, M. Capek, M. Mazanek, "Modal Resonant Frequencies and Radiation Quality Factors of Microstrip Antennas", *International Journal on Antennas and Propagation*

**Ing. Pavel Hazdra, Ph.D.**

<http://hazdra.elmag.org>

Narozen 6.3.1977 v Praze

## **Vzdělání**

2003 - 2009: doktorské studium, Katedra elektromagnetického pole, FEL ČVUT, obor Radioelektronika, Disertační práce na téma "Planární fraktálové anténní struktury"

1996 - 2003: Fakulta elektrotechnická ČVUT, obor Radioelektronika

1992 - 1996: Masarykova střední průmyslová škola chemická, obor Chemická technologie

## **Zaměstnání**

od 2004 Katedra elektromagnetického pole, FEL ČVUT, odborný asistent

## **Členství v odborných organizacích**

IEEE (člen představenstva ČS sekce)

Společnost pro radioelektronické inženýrství

## **Obory zájmu**

Teorie elektromagnetického pole, numerické řešení polí, antény, fraktální geometrie

## **Pedagogická činnost**

Teorie elektromagnetického pole, Vlny a vedení, Numerické metody v elektromagnetickém poli, Návrh a konstrukce antén, Matematické aplikace, Trendy a perspektivy mikrovlnné techniky

## Vědeckovýzkumná činnost

Činnost v rámci zahraničních grantů COST IC 0603 ASSIST (Antenna Systems & Sensors for Information Society Technologies), ACE/ACE2 (Antenna Centre of Excellence), VISTA (Versatile, Integrated, and Signal-aware Technologies for Antennas) od r. 2012, CARE (Coordinating the Antenna Research in Europe), ESoA (European School of Antennas), grant GAČR (2012-2015) "Analýza a multikriteriální optimalizace kompaktních vyzařujících struktur založená na modální dekompozici", FRVŠ "Studentské pracoviště pro numerické simulace elektromagnetického pole", interní grant SGS, projekty MŠMT, NBÚ.

## Vybrané publikace

P. Hazdra, M. Čapek, J. Eichler, "Radiation Q-Factors of Thin-Wire Dipole Arrangements", IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters. 2011, vol. 10, p. 556-560.

P. Hazdra, P. Hamouz, "On the Modal Superposition Lying under the MoM Matrix Equations", Radioengineering. 2008, vol. 17, no. 3, p. 42-46.

M. Čapek, P. Hazdra, P. Hamouz, M. Mazánek, "Software Tools for Efficient Generation, Modeling and Optimisation of Fractal Radiating Structures", IET Microwaves, Antennas & Propagation. 2011, vol. 5, no. 8, p. 1002-1007.

M. Čapek, P. Hazdra, P. Hamouz, J. Eichler, "A method for tracking characteristic numbers and vectors", Progress in Electromagnetic Research B, Vol. 33, pp. 115-135, 2011

F. Ferrero, A. Diallo, C. Luxey, B. Derat, P. Hamouz, P. Hazdra, "Two-Element PIFA Array Structure for Polarization Diversity in UMTS Mobile Phones", Radioengineering, no. 4, p. 407-412, 2009.

## Jazykové znalosti

Anglický jazyk slovem i písmem, základy ruského jazyka

## **Další znalosti**

Práce se software CST, FEKO, programování MATLAB, MATH-CAD, Maple

## **Zájmy**

Hudba (zpěv ve sboru, kytara), filosofie, turistika, cyklistika