

České vysoké učení technické v Praze
Fakulta stavební

Czech Technical University in Prague
Faculty of Civil Engineering

Ing. Martin Štroner, Ph.D.

Analýza systematických vad skenování ploch
s nenulovou křivostí

Analysis of the systematic errors of the scanning
surfaces with nonzero curvature

Summary

The 3D scanning systems have already become a significant part of instruments and procedures used in practice. When testing features of orthogonal fitting on real data within solving the grant project GA ČR 103/06/0094 „Processing and analysis of products of 3D data mass collection with the terrestrial scanning systems“, some groundless variable systematic deviations were found out when fitting the points with a sphere or a cylinder both in radius and in centre position (of the axis). The phenomenon was noted when measuring the laser scanning systems on principle of the space polar method during processing by means of the commercial programmes and during processing by means of the freely distributed Spatfig library, as an example for numeration of size of influence it is possible to state an example of a sphere with radius 35 mm, where the radius was determined with error 2 mm or of a cylinder with radius 100 mm, which was determined with error 5 mm.

The stated phenomenon has a systematic character with variable size and it is probably caused largely by the measuring essence itself on objects with nonzero curvature. Arising systematic defects of scanning surfaces with nonzero curvature were analyzed for the first time with numeric simulation. It implies from the results of the simulation that although systematic errors are not very big in comparison with the standard deviation in measuring length (but it is necessary to consider that these values are average values from three thousand measurements in total), their size reaches even more than 20 % of radius of the object. Their influence can be significantly strengthened by the fact that the not the whole object is scanned (the object was usually scanned from one standpoint). The described phenomenon does not affect all points in the same way and it is just this variability that in some cases causes big deviations of the fitted shape. Accuracy of the measured lengths is considered constant in the used measuring range, influence of accuracy of measuring angles changes in dependence on distance. Sign of the systematic error depends on whether transverse or longitudinal error prevails. Influence for a circle (eventually for a cylinder surface) and for a sphere appears to be similar.

It is usually presumed that a large amount of the scanned points with respect to the normal distribution of measuring errors helps to obtain more accurate results. The theory that is stated here and that is supported by results of simulations shows that in cases of a small curvature radius this presumption does not count and the results are wrong. So it implies from the simulations that using spheres with an unknown small radius as photogrammetric points for the scanning systems with stated accuracy is not suitable, as it comes not only to wrong determination of a radius, but also to wrong determination of coordinates of a sphere centre.

Souhrn

3D skenovací systémy jsou již nyní významnou součástí přístrojů a postupů využívaných v praxi. Při testování vlastností ortogonálního prokládání na reálných datech v rámci řešení grantového projektu GA ČR 103/06/0094 „Zpracování a analýza produktů hromadného sběru 3D dat terestrickými skenovacími systémy“ byly zjištěny neodůvodněné proměnné systematické odchylky při proložení body koulí nebo válcem a to jak v poloměru, tak i v poloze středu (osy). Jev byl zaznamenán u měření laserových skenovacích systémů na principu prostorové polární metody při zpracování pomocí komerčních programů a při zpracování pomocí volně šiřitelné knihovny Spatfig, jako příklad pro vyčíslení velikosti vlivu lze uvést příklad koule o poloměru 35 mm, kde byl poloměr určen s chybou 2 mm nebo válce o poloměru 100 mm, který byl určen s chybou 5 mm.

Uvedený jev má systematický charakter s proměnnou velikostí a je pravděpodobně z převážné části způsoben samotnou podstatou měření na objekty s nenulovou křivostí. Z výsledků simulace vyplývá, že ačkoli systematické chyby nejsou příliš velké v porovnání se směrodatnou odchylkou v měření délky (je však nutné uvážit, že se jedná o hodnoty průměrné z celkem tří tisíc měření), dosahuje jejich velikost i více než 20 % poloměru objektu. Jejich vliv může být výrazně posílen tím, že objekt není naskenován celý (obvykle skenování objektu z jednoho stanoviska). Popisovaný jev nepůsobí na všechny body stejně a právě tato proměnlivost působí v některých případech velké odchylky proloženého útvaru.

Přesnost měřených délek je v použitém rozsahu měření považována za konstantní, vliv přesnosti měření úhlů se mění v závislosti na vzdálenosti. Znaménko systematické chyby závisí na tom, zda převládá chyba příčná nebo podélná, existuje hranice (zde je 63,662 m), kde je vliv chyby v délce a v úhlu stejný a měření charakterizuje kružnice či koule chyb. Vliv u kružnice (případně u válcové plochy) a koule se jeví podobný.

Obvykle respektovaný předpoklad je, že naskenované velké množství bodů vzhledem k normálnímu rozdělení chyb měření napomůže k získání přesnějších výsledků. Zde uvedená teorie podpořená výsledky simulací ukazuje, že v případech malého poloměru křivosti tento předpoklad neplatí a výsledky jsou chybné. Ze simulací tak vyplývá, že využití koulí o neznámém malém poloměru jako vřícovacích bodů pro skenovací systémy s uvedenou přesností není vhodné, protože dochází nejen k chybnému určení poloměru, ale také k chybnému určení souřadnic středu koule.

Klíčová slova

Terestrické 3D skenování, systematické chyby, chyby měření.

Keywords

Terrestrial 3D scanning, systematic errors, measurement errors.

České vysoké učení technické v Praze

Název: Analýza systematických vad skenování ploch s nenulovou křivostí

Autor: Ing. Martin Štroner, Ph.D.

Počet stran: 20

Náklad: 150 výtisků

(c) Martin Štroner, 2009

ISBN:

Obsah

1	Úvod.....	6
2	Terestrické 3D skenovací systémy – základní princip	6
2.1	Prostorová polární metoda.....	6
3	Podstata problému.....	7
4	Použité algoritmy ortogonálního prokládání.....	12
4.1	Algoritmus pro kružnici	12
4.2	Algoritmus pro kouli	14
5	Simulace působení systematického vlivu.....	15
5.1	Výsledky simulace skenování kružnice.....	15
5.2	Výsledky simulace skenování koule.....	16
6	Závěr	18
	Literatura	19
	Ing. Martin Štroner, Ph.D.	20

1 Úvod

Laserové skenovací systémy jsou již nyní významnou součástí přístrojů a postupů využívaných v praxi. Při testování vlastností ortogonálního prokládání na reálných datech v rámci řešení grantového projektu GA ČR 103/06/0094 „Zpracování a analýza produktů hromadného sběru 3D dat terestrickými skenovacími systémy“ byly zjištěny neodůvodněné proměnné systematické odchylky při proložení body koulí nebo válcem a to jak v poloměru, tak i v poloze středu (osy). Jev byl zaznamenán u měření laserových skenovacích systémů na principu prostorové polární metody při zpracování pomocí komerčních programů a při zpracování pomocí volně šiřitelné knihovny Spatfig ([1]), jako příklad pro vyčíslení velikosti vlivu lze uvést příklad koule o poloměru 35 mm, kde byl poloměr určen s chybou 2 mm nebo válce o poloměru 100 mm, který byl určen s chybou 5 mm ([2]).

Uvedený jev má systematický charakter s proměnnou velikostí a je pravděpodobně z převážné části způsoben samotnou podstatou měření na objekty s nenulovou křivostí.

2 Terestrické 3D skenovací systémy – základní princip

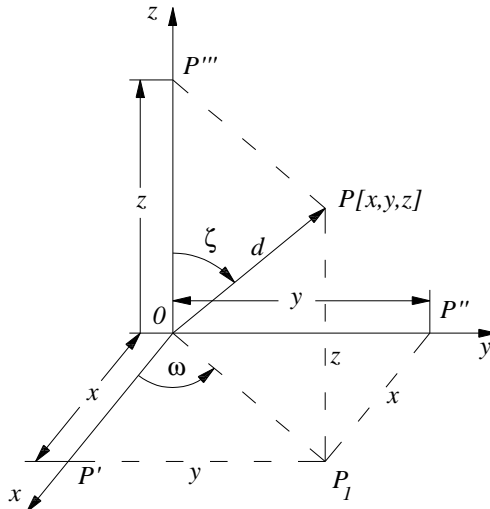
Terestrické skenovací systémy obecně umožňují bezkontaktní určování prostorových souřadnic bodů objektu ve formě mračen bodů, z toho pak 3D modelování a vizualizaci složitých staveb a konstrukcí, interiérů, podzemních prostor, libovolných terénů, historických, archeologických, památkových a dalších objektů s mimořádnou rychlostí, přesností, komplexností a bezpečností. Od jiných technologií se odlišuje především neselektivitou sběru dat, rychlostí a automatizací měření. Zároveň je to technologie, která je v principu jednoduchá a jejíž výsledky je možno snadno a bezprostředně využívat pro mnoho aplikací, v nichž je třeba dokumentace či rekonstrukce povrchu objektů všeho druhu.

Terestrické skenovací systémy pracují na principu prostorové polární metody nebo metody prostorového protínání vpřed ze základny. Terestrické skenovací systémy pracující na principu prostorové polární metody se označují v zahraniční literatuře jako „ranging“ skenery a na principu prostorového protínání vpřed ze základny jako „triangulation“ skenery. Dále popisovaná teorie je odvozena pro systémy pracující na principu prostorové polární metody, proto zde bude dále popsán jejich základní princip.

2.1 Prostorová polární metoda

Základním principem činnosti skeneru je prostorová polární metoda. K určení souřadnic bodu P je třeba znát délku průvodiče d (měřená

délka) a úhly ζ , ω . Úhly jsou získávány například z polohy zrcadel, které rozmítají laserový svazek a délka například impulsním dálkoměrem skeneru synchronizovaně s polohou zrcadel.



Obr. 1 Schematické znázornění prostorové polární metody

3D skenery pak obecně fungují tak, že laserový svazek je naváděn podle programu na body rastru ve sloupcích či řádcích, přičemž je měřen horizontální a vertikální úhel a vzdálenost.

3 Podstata problému

Laserové skenovací systémy na principu prostorové polární metody měří délku na základě difuzního odrazu přímo od povrchu měřeného objektu ([3]). Souřadnice bodu jsou dány přesností měření šikmé délky d , zenitového úhlu ζ a vodorovného úhlu ω . Pro výpočet platí rovnice [4]:

$$x = d \cdot \cos(\omega) \cdot \sin(\zeta), \quad (1)$$

$$y = d \cdot \sin(\omega) \cdot \sin(\zeta), \quad (2)$$

$$z = d \cdot \cos(\zeta). \quad (3)$$

Směrodatné odchylky charakterizující přesnost souřadnic jsou dány vztahy [4]:

$$\sigma_x^2 = \left(\cos^2(\omega) \cdot \sin^2(\zeta) \cdot \sigma_d^2 + d^2 \cdot \sin^2(\omega) \cdot \sin^2(\zeta) \cdot \sigma_\omega^2 + d^2 \cdot \cos^2(\omega) \cdot \cos^2(\zeta) \cdot \sigma_\zeta^2 \right), \quad (4)$$

$$\sigma_y^2 = \left(\begin{array}{l} \sin^2(\omega) \cdot \sin^2(\zeta) \cdot \sigma_d^2 + d^2 \cdot \cos^2(\omega) \cdot \sin^2(\zeta) \cdot \sigma_\omega^2 + \\ + d^2 \cdot \sin^2(\omega) \cdot \cos^2(\zeta) \cdot \sigma_\zeta^2 \end{array} \right), \quad (5)$$

$$\sigma_z^2 = \cos^2(\zeta) \cdot \sigma_d^2 + d^2 \cdot \sin^2(\zeta) \cdot \sigma_\zeta^2. \quad (6)$$

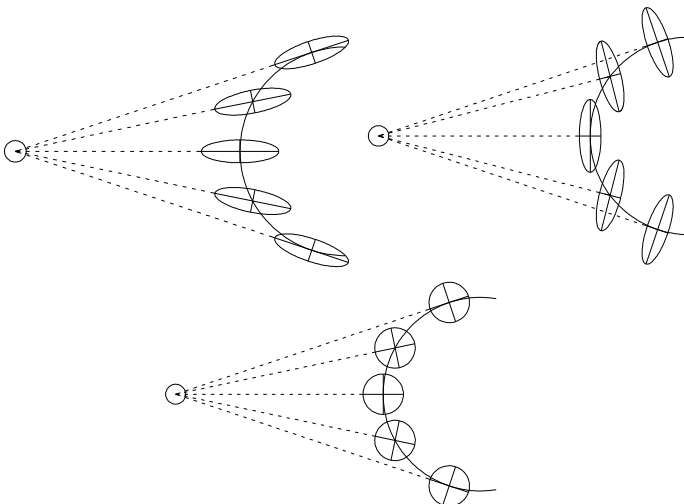
Směrodatnou odchylku σ_p v poloze určeného bodu lze určit:

$$\sigma_p^2 = \sigma_d^2 + d^2 \cdot \sin^2 \zeta \cdot \sigma_\omega^2 + d^2 \cdot \sigma_\zeta^2. \quad (7)$$

Poloosy elipsoidu chyb jsou σ_d ve směru stanovisko – cíl, $d \cdot \sin \zeta \cdot \sigma_\omega$ ve směru kolmém ve vodorovné rovině a $d \cdot \sigma_\zeta$ ve směru kolmém ve svislé rovině.

Směrodatnými odchylkami je dáno normální rozdělení určující pravděpodobnost, kde bude měřený bod skutečně určen. Pro zjednodušení lze rozdělení pravděpodobnosti určení polohy bodu zobrazit a vysvětlit v horizontální rovině, jak je ukázáno na Obr. 2.

Elipsa chyb pro polární metodu v rovině je vždy dána první poloosou o velikosti σ_d a druhou poloosou o velikosti $d \cdot \sigma_\omega$ (podle [5]).



Obr. 2 Střední elipsy chyb při měření na kružnici

Ze zobrazení vyplývá, že vlivem zakřivení objektu je větší pravděpodobnost, že bod je změřen vně objektu než uvnitř. Pro zvýraznění efektu je objekt znázorněn s velkou křivostí a měření s velkými směrodatnými odchylkami. Ze zobrazení také vyplývá větší vliv efektu pro větší směrodatné odchylky. Zároveň je zřejmý také proměnný vliv závislý

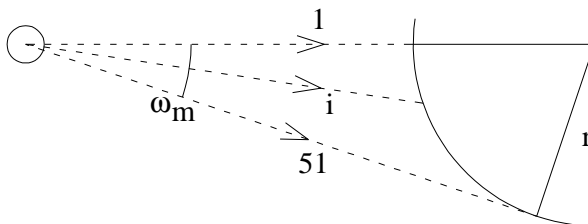
na úhlu dopadu na objekt a na velikosti směrodatných odchylek ve směrech odpovídajících jednotlivým měřeným veličinám.

Analytické vyčíslení vlivu tohoto jevu je značně problematické, jako metoda pro vyhodnocení byla zvolena numerická simulace. Testováním kvality generátoru náhodných čísel bylo stanoveno množství 3 000 bodů pro dosažení maximální odchylky 3%. Další zvýšení počtu bodů již nevede ke zlepšení výsledku a zbytečně zvyšuje výpočetní náročnost. Pro generování náhodného čísla byl využit jednoduchý generátor normovaného normálního rozdělení podle [6].

$$t = \sum_{i=1}^{12} c_i - 6, \quad (8)$$

kde c_i mají rovnoměrné rozdělení v intervalu $\langle 0;1 \rangle$.

Pro určení velikosti vlivu byla provedena numerická simulace. Bylo simulováno měření skenerem o běžných charakteristikách $\sigma_d = 0,005$ m a $\sigma_\omega = 0,0050$ gon na kružnici o poloměrech 0,01 m; 0,02 m; 0,05 m; 0,10 m; 0,20 m ze vzdáleností 1 m, 2 m, 5 m, 10 m, 20 m, 30 m, 40 m, 50 m, 60 m, 70 m, 80 m a 100 m ke středu kružnice.



Obr. 3 Schema simulace

Maximální možný úhel skenování ω_m (Obr. 3) byl rozdělen na celkem padesát stejných dílů a v každém z padesáti jednoho směru bylo simulováno 3 000 opakovaných měření, z kterých byla vypočtena průměrná vzdálenost. V následujících tabulkách je vzhledem k velkému objemu dat uveden výběr jedenácti hodnot (pro 1., 11., ... , 46., 51. směr a dříve uvedených dvanáct vzdáleností), které ilustrují výsledky této simulace. Hodnoty jsou uvedeny v mm. Mezilehlé (zde neuvedené hodnoty) byly v souladu s trendem.

K simulaci bylo využito rovnic:

$$d_m = d + t_i \cdot \sigma_d, \quad (9)$$

$$\omega_m = \omega + t_j \cdot \sigma_\omega, \quad (10)$$

Kde t_i (t_j) je dáno vztahem (8).

$$x = d_m \cdot \cos(\omega_m), \quad (11)$$

$$y = d_m \cdot \sin(\omega_m), \quad (12)$$

Tab. 1 Výsledky simulace skenování pro poloměr objektu $r = 10,0$ mm

d/m	Pořadí směru										
	1	6	11	16	21	26	31	36	41	46	51
	Rozdíl radiální vzdálenosti bodů od správné / mm										
1	0,0	-0,1	-0,1	-0,2	-0,4	-0,5	-0,7	-0,8	-0,8	-1,0	-1,1
2	-0,1	-0,1	-0,2	-0,2	-0,3	-0,4	-0,7	-0,8	-0,9	-1,0	-1,0
5	0,1	-0,1	-0,2	-0,2	-0,3	-0,4	-0,6	-0,8	-0,8	-0,9	-1,1
10	-0,1	-0,1	-0,3	-0,4	-0,5	-0,6	-0,7	-0,8	-0,9	-1,0	-1,1
20	-0,4	-0,3	-0,3	-0,1	-0,3	-0,5	-0,7	-0,8	-1,0	-1,0	-1,1
30	-0,3	-0,5	-0,4	-0,6	-0,6	-0,6	-0,6	-0,7	-0,9	-1,1	-1,1
40	-0,8	-0,5	-0,7	-0,7	-0,7	-1,0	-0,9	-1,0	-1,0	-1,1	-1,2
50	-0,9	-0,9	-1,1	-0,9	-1,1	-0,9	-1,2	-1,0	-1,1	-1,2	-1,3
60	-1,4	-1,4	-1,2	-1,2	-1,1	-1,3	-1,2	-1,2	-1,4	-1,3	-1,5
70	-1,6	-1,6	-1,6	-1,8	-1,6	-1,4	-1,5	-1,4	-1,6	-1,4	-1,5
80	-2,0	-2,0	-2,1	-2,0	-1,9	-2,0	-1,9	-1,8	-1,7	-1,5	-1,6
100	-2,8	-2,8	-2,6	-2,8	-2,7	-2,5	-2,4	-2,3	-2,4	-2,1	-2,1

Tab. 2 Výsledky simulace skenování pro poloměr objektu $r = 20,0$ mm

d/m	Pořadí směru										
	1	6	11	16	21	26	31	36	41	46	51
	Rozdíl radiální vzdálenosti bodů od správné / mm										
1	-0,1	0,1	0,0	-0,2	-0,1	-0,1	-0,3	-0,3	-0,4	-0,5	-0,6
2	0,0	0,0	0,0	-0,1	-0,2	-0,2	-0,2	-0,2	-0,4	-0,5	-0,6
5	0,1	-0,2	0,0	-0,2	-0,2	-0,3	-0,2	-0,3	-0,4	-0,5	-0,6
10	-0,1	-0,1	0,1	-0,2	-0,1	-0,1	-0,2	-0,3	-0,5	-0,5	-0,6
20	0,0	-0,2	0,0	-0,1	-0,2	0,0	-0,4	-0,3	-0,5	-0,5	-0,7
30	-0,2	-0,1	-0,4	-0,1	-0,2	-0,2	-0,3	-0,5	-0,5	-0,7	-0,5
40	-0,2	-0,2	-0,3	-0,1	-0,3	-0,4	-0,5	-0,3	-0,4	-0,6	-0,6
50	-0,3	-0,2	-0,5	-0,4	-0,6	-0,3	-0,5	-0,4	-0,7	-0,6	-0,7
60	-0,4	-0,3	-0,6	-0,7	-0,7	-0,5	-0,3	-0,6	-0,6	-0,7	-0,7
70	-0,7	-0,9	-0,7	-0,8	-0,7	-0,9	-0,7	-0,8	-0,7	-0,7	-0,5
80	-1,0	-1,0	-1,0	-0,9	-0,8	-0,9	-0,9	-0,9	-0,8	-0,7	-0,6
100	-1,4	-1,5	-1,4	-1,4	-1,5	-1,4	-1,3	-1,2	-1,0	-0,9	-1,0

Tab. 3 Výsledky simulace skenování pro poloměr objektu $r = 50,0$ mm

d/m	Pořadí směru										
	1	6	11	16	21	26	31	36	41	46	51
	Rozdíl radiální vzdálenosti bodů od správné / mm										
1	0,0	-0,1	0,0	0,0	-0,1	-0,2	-0,2	-0,1	-0,2	-0,2	-0,3
2	0,0	0,0	0,1	0,0	-0,1	0,0	-0,1	-0,3	-0,2	-0,2	-0,2
5	0,0	-0,1	0,0	0,0	0,1	-0,1	-0,1	-0,2	-0,3	-0,2	-0,2
10	-0,1	-0,1	0,0	0,0	-0,1	0,0	0,0	-0,1	-0,1	-0,2	-0,2
20	-0,1	-0,1	0,0	-0,2	-0,1	0,1	-0,2	-0,2	-0,2	-0,1	-0,3
30	-0,2	-0,1	0,0	-0,1	-0,3	-0,2	0,0	-0,2	-0,2	-0,3	-0,2
40	-0,1	-0,2	-0,1	-0,3	-0,2	-0,2	-0,3	-0,2	-0,2	-0,3	-0,3
50	-0,2	-0,2	-0,2	-0,3	0,1	-0,1	-0,1	-0,2	-0,3	-0,3	-0,3
60	-0,1	-0,2	-0,1	-0,3	-0,3	-0,3	-0,1	-0,1	-0,1	-0,2	-0,3
70	-0,2	-0,1	-0,3	-0,2	-0,3	-0,4	-0,3	-0,2	-0,3	-0,3	-0,3
80	-0,5	-0,3	-0,4	-0,4	-0,4	-0,3	-0,3	-0,3	-0,4	-0,4	0,0
100	-0,4	-0,6	-0,6	-0,5	-0,5	-0,6	-0,5	-0,4	-0,5	-0,5	-0,1

Tab. 4 Výsledky simulace skenování pro poloměr objektu $r = 100,0$ mm

d/m	Pořadí směru										
	1	6	11	16	21	26	31	36	41	46	51
	Rozdíl radiální vzdálenosti bodů od správné / mm										
1	0,0	-0,1	-0,1	0,1	-0,1	0,0	-0,2	-0,1	0,0	-0,1	-0,1
2	-0,2	0,0	0,1	0,0	0,0	-0,1	-0,1	-0,1	-0,1	-0,1	-0,1
5	0,1	0,0	0,0	0,0	0,1	0,0	-0,1	-0,1	-0,1	-0,1	-0,1
10	0,0	-0,1	-0,1	0,0	-0,1	0,0	-0,2	0,0	0,0	-0,1	-0,1
20	0,1	0,2	0,0	0,1	0,0	-0,1	-0,1	-0,1	-0,1	-0,2	-0,1
30	0,1	0,0	-0,1	-0,1	-0,2	-0,1	-0,2	-0,2	-0,2	-0,1	-0,1
40	0,1	-0,2	0,0	-0,2	0,0	-0,2	-0,1	-0,2	-0,1	-0,1	-0,1
50	-0,2	-0,1	-0,1	-0,2	-0,2	-0,1	-0,1	0,0	-0,1	-0,1	-0,1
60	-0,1	-0,1	-0,1	-0,2	-0,1	-0,1	-0,2	-0,1	-0,1	-0,2	0,0
70	-0,2	-0,1	0,0	-0,2	-0,1	-0,2	-0,3	-0,4	-0,2	-0,3	0,2
80	-0,2	-0,3	0,2	-0,2	-0,3	-0,3	-0,1	-0,1	-0,2	0,0	0,1
100	-0,3	-0,2	-0,1	-0,4	-0,2	-0,3	-0,2	-0,3	-0,1	-0,2	-0,2

Z uvedených výsledků a výše prezentované teorie vyplývá, že při měření laserovým skenerem na objekt s nenulovou křivostí je větší pravděpodobnost, že určený bod bude ležet vně objektu než uvnitř a proto vždy dochází k systematickým deformacím modelu takovéhoto objektu. Velikost pravděpodobnosti závisí na poloměru křivosti objektu, úhlu dopadu a směrodatných odchylkách měření. Jednoznačně lze říci, že velikost systematických chyb se snižuje s rostoucí velikostí poloměru křivosti objektu.

Tab. 5 Výsledky simulace skenování pro poloměr objektu $r = 200,0$ m m

d/m	Pořadí směru										
	1	6	11	16	21	26	31	36	41	46	51
	Rozdíl radiální vzdálenosti bodů od správné / mm										
1	-0,1	-0,2	-0,1	0,0	-0,1	0,0	0,0	-0,2	-0,1	0,0	-0,1
2	0,2	-0,1	-0,1	0,0	0,0	0,1	0,0	-0,1	0,0	-0,1	-0,1
5	0,0	-0,1	0,2	0,0	-0,1	-0,1	0,0	0,1	0,0	0,0	-0,1
10	0,0	-0,1	0,0	-0,1	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	-0,1
20	0,1	-0,1	0,0	-0,1	0,1	0,0	-0,1	-0,1	0,0	-0,1	-0,1
30	-0,1	0,0	-0,1	-0,1	-0,1	-0,2	-0,1	0,0	0,0	-0,1	-0,1
40	0,0	0,0	0,0	0,0	-0,1	0,0	-0,1	0,0	0,0	-0,2	-0,2
50	0,1	0,1	-0,1	-0,2	0,0	0,1	-0,1	0,0	0,0	-0,1	0,0
60	-0,1	0,0	-0,2	0,0	0,1	0,0	0,0	0,1	-0,1	0,2	0,0
70	-0,2	-0,2	-0,1	-0,1	-0,1	-0,1	0,1	-0,1	0,0	0,0	-0,1
80	-0,1	-0,1	-0,1	-0,1	-0,1	-0,2	0,0	-0,2	0,0	0,1	-0,1
100	-0,3	-0,2	-0,1	-0,3	0,0	-0,2	-0,2	0,0	-0,1	-0,1	0,1

Praktický důsledek popsaného jevu bude testován dále na případech simulovaného skenování kružnice a koule, protože velikost změny polohy bodu může mít různý reálný vliv na výsledek vyhodnocení a mohl by se projevit neočekávaným, tj. velkým vlivem zvláště při skenování objektu pouze z jednoho stanoviska.

4 Použité algoritmy ortogonálního prokládání

Důsledky popsaného jevu je vhodné simulovat na měřených bodech s následným ortogonálním proložením příslušného útvaru, aby bylo možné posoudit praktický projev popsaného jevu. Použité algoritmy jsou uvedeny dále.

4.1 Algoritmus pro kružnici

Pro proložení bodů kružnicí byl použit jednoduchý dvoukrokový algoritmus využívající parametrické vyjádření kružnice v rovině:

$$x = r \cdot \cos(\varphi) + x_0, \quad (13)$$

$$y = r \cdot \sin(\varphi) + y_0. \quad (14)$$

Měření ze skeneru je n souřadnic bodů (x, y) , určenými neznámými jsou poloměr r a souřadnice středu x_0, y_0 . Parametr φ je pro každý bod jiný, není v dvoukrokovém algoritmu zařazen mezi neznámé a počítá se z měření a přibližných hodnot neznámých vždy pro každou iteraci.

Vektor neznámých \mathbf{h} :

$$\mathbf{h} = \begin{pmatrix} r \\ x_0 \\ y_0 \end{pmatrix}. \quad (15)$$

Pro vyrovnání metodou nejmenších čtverců je třeba zkonstruovat Jacobiho matici (matici plánu) \mathbf{A} , která se skládá ze submatic pro každý bod.

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \mathbf{A}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{A}_i \\ \vdots \\ \mathbf{A}_n \end{pmatrix}, \quad \mathbf{A}_i = \begin{pmatrix} \cos(\varphi_{0i}) & 1 & 0 \\ \sin(\varphi_{0i}) & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (16)$$

Vektor redukovanych měření \mathbf{l} :

$$\mathbf{l} = \begin{pmatrix} \mathbf{l}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{l}_i \\ \vdots \\ \mathbf{l}_n \end{pmatrix}, \quad \mathbf{l}_i = \begin{pmatrix} x_i - (r_0 \cdot \cos(\varphi_{0i}) + x_{00}) \\ y_i - (r_0 \cdot \sin(\varphi_{0i}) + y_{00}) \end{pmatrix}. \quad (17)$$

Kde r_0 a x_{00}, y_{00} jsou přibližné hodnoty neznámých zvolené na počátku výpočtu (zde vždy hodnoty zadané do generátoru měření) a φ_{0i} hodnota směrníku bodu x_i, y_i ze středu kružnice x_0, y_0 .

Vektor přibližných hodnot pro vyrovnání:

$$\mathbf{h}_0 = \begin{pmatrix} r_0 \\ x_{00} \\ y_{00} \end{pmatrix}. \quad (18)$$

Výpočet se provede vyrovnáním MNČ:

$$d\mathbf{h} = (\mathbf{A}^T \cdot \mathbf{A})^{-1} \cdot \mathbf{A}^T \cdot \mathbf{l}, \quad \mathbf{h} = \mathbf{h}_0 + d\mathbf{h}. \quad (19)$$

Iterace se provádí opakovaně, dokud přírůstky neznámých $d\mathbf{h}$ neklesnou pod stanovenou mez nebo do splnění nerovnosti:

$$|s_{0i} - s_{0i-1}| < \varepsilon, \quad (20)$$

kde ε je zvolená malá konstanta, s_{0i} je směrodatná odchylka jednotková po vyrovnání i -té iterace a k je nadbytečný počet měření.

$$s_{0i} = \sqrt{\frac{v^T v}{k}}, \text{ kde } k = 2n - 3. \quad (21)$$

4.2 Algoritmus pro kouli

Proložení koule lze provést stejným postupem jako u kružnice, dále tedy budou uvedeny pouze potřebné vzorce a matice.

Parametrické rovnice koule:

$$x = r \cdot \cos(\varphi) \cdot \sin(\zeta) + x_0, \quad (22)$$

$$y = r \cdot \sin(\varphi) \cdot \sin(\zeta) + y_0, \quad (23)$$

$$z = r \cdot \cos(\zeta) + z_0. \quad (24)$$

r je poloměr koule, φ směrník od středu k bodu, ζ zenitový úhel od středu k bodu a x_0, y_0, z_0 souřadnice středu.

Vektor neznámých \mathbf{h} a přibližných hodnot neznámých pro vyrovnání \mathbf{h}_0 :

$$\mathbf{h} = \begin{pmatrix} r \\ x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{pmatrix}, \mathbf{h}_0 = \begin{pmatrix} r_0 \\ x_{00} \\ y_{00} \\ z_{00} \end{pmatrix}. \quad (25)$$

Jacobiho matice (matice plánu) \mathbf{A} , která se skládá ze submatic pro každý bod.

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \mathbf{A}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{A}_i \\ \vdots \\ \mathbf{A}_n \end{pmatrix}, \mathbf{A}_i = \begin{pmatrix} \cos(\varphi_{0i}) \cdot \sin(\zeta_{0i}) & 1 & 0 & 0 \\ \sin(\varphi_{0i}) \cdot \sin(\zeta_{0i}) & 0 & 1 & 0 \\ \cos(\zeta_{0i}) & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (26)$$

Vektor redukováných měření \mathbf{l} :

$$\mathbf{l} = \begin{pmatrix} \mathbf{l}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{l}_i \\ \vdots \\ \mathbf{l}_n \end{pmatrix}, \mathbf{l}_i = \begin{pmatrix} x_i - (r_0 \cdot \cos(\varphi_{0i}) \cdot \sin(\zeta_{0i}) + x_{00}) \\ y_i - (r_0 \cdot \sin(\varphi_{0i}) \cdot \sin(\zeta_{0i}) + y_{00}) \\ z_i - (r_0 \cdot \cos(\zeta_{0i}) + z_{00}) \end{pmatrix}, \quad (27)$$

kde r_0 a x_{00}, y_{00}, z_{00} jsou přibližné hodnoty neznámých zvolené na počátku výpočtu (zde vždy hodnoty zadané do generátoru měření), φ_{0i}

hodnota směrničku i -tého bodu ze středu koule, ζ_{0i} je zenitový úhel od středu koule k i -tému bodu.

Výpočet se provede vyrovnáním MNČ stejně jako v předchozím případě, pouze pro nadbytečný počet veličin platí:

$$k = 3n - 4. \quad (28)$$

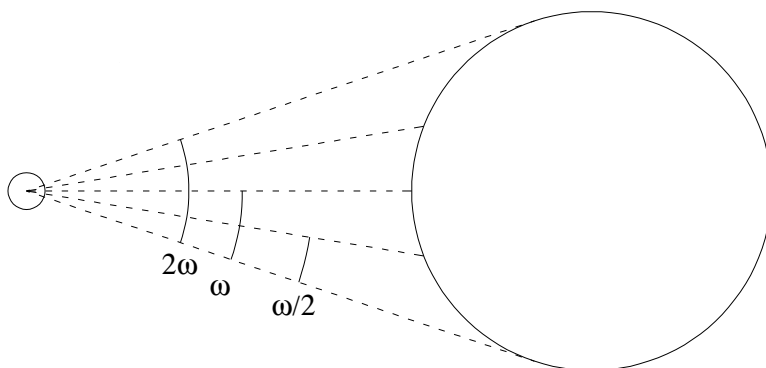
5 Simulace působení systematického vlivu

Pro posouzení vlivu popisovaného jevu bylo simulováno měření skenerem o běžných charakteristikách $\sigma_d = 0,005$ m a $\sigma_\omega = 0,0050$ gon na kružnici a koule o poloměrech 0,01 m; 0,02 m; 0,05 m; 0,10 m; 0,20 m; 0,50 m ze vzdáleností 1 m, 2 m, 5 m, 10 m, 15 m, 20 m, 30 m, 40 m, 50 m, 60 m, 70 m, 80 m a 100 m ke středu kružnice, vždy ve třech variantách a to pro celý skenovatelný prostor, jeho polovinu a čtvrtinu.

5.1 Výsledky simulace skenování kružnice

U kružnice pro celou skenovatelnou oblast (rozsah 2ω), její polovinu (rozsah ω) a čtvrtinu (rozsah $\omega/2$) z jednoho stanoviska podle Obr. 4 bylo simulováno měření, vždy 3000 bodů.

Body byla proložena kružnice podle výše uvedeného algoritmu, výsledné poloměry jsou uvedeny v následujících třech tabulkách. V sloupcích jsou určené poloměry kružnic pro délky 1 m, 2 m, 5 m, 10 m, 20 m, 40 m, 60 m, 80 m, 100 m, v řádcích jsou určené poloměry pro kružnice o poloměrech 0,010 m; 0,020 m; 0,050 m; 0,100 m; 0,200 m; 0,500 m.



Obr. 4 Rozsahy simulace měření na kružnici

Tab. 6 Simulace 2ω – určené poloměry kružnic v mm

r\d	1	2	5	10	20	40	60	80	100
10	7,6	7,5	7,5	7,5	7,6	7,8	8,6	9,4	9,9
20	17,5	17,4	17,7	17,6	17,8	18,7	20,2	21,3	26,2
50	49,0	49,1	49,0	48,8	48,7	49,3	50,0	51,4	52,8
100	99,3	99,1	99,8	99,2	99,4	99,4	100,2	99,6	101,3
200	199,3	199,8	199,9	199,6	199,6	199,7	200,2	199,7	200,5
500	499,8	499,6	499,6	499,7	499,9	500,3	499,8	500,5	500,1

Tab. 7 Simulace ω – určené poloměry kružnic v mm

r\d	1	2	5	10	20	40	60	80	100
10	44,4	44,3	43,1	42,6	5,7	6,1	6,9	7,8	8,8
20	35,7	36,3	32,6	29,8	30,0	10,0	12,5	10,4	14,0
50	50,4	49,9	50,1	50,5	48,6	48,9	49,9	49,0	49,5
100	100,5	99,1	99,9	100,8	100,1	100,4	100,3	99,4	98,9
200	199,9	201,8	200,4	201,9	198,6	199,5	198,8	201,2	201,9
500	500,5	499,0	498,4	501,3	501,8	499,8	499,5	501,6	500,0

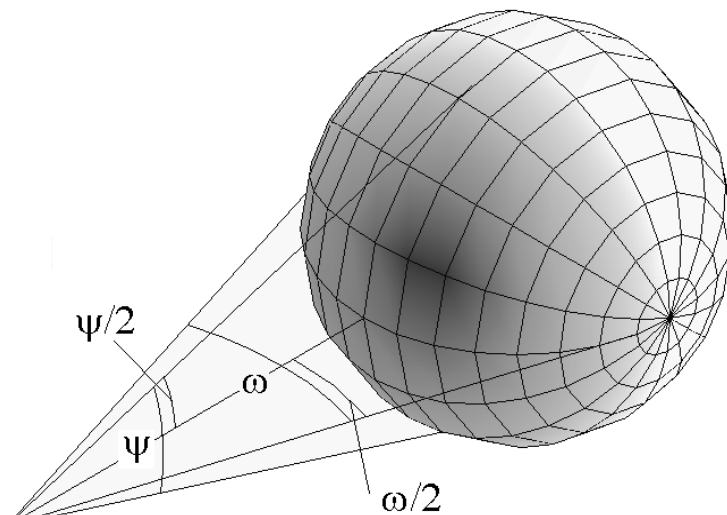
Tab. 8 Simulace $\omega/2$ - určené poloměry kružnic v mm

r\d	1	2	5	10	20	40	60	80	100
10	51,5	46,4	47,4	45,3	42,9	5,6	6,5	7,5	8,6
20	60,3	58,6	54,6	57,6	49,7	41,0	7,7	8,5	9,4
50	71,8	67,3	68,5	65,9	67,0	59,1	49,7	39,9	32,7
100	110,9	109,9	109,3	110,2	107,4	104,4	99,0	97,5	92,6
200	206,3	204,7	204,1	206,0	202,3	203,5	198,8	196,7	193,9
500	503,2	501,8	501,3	499,6	501,5	499,2	499,1	500,9	493,5

5.2 Výsledky simulace skenování koule

U koule byla simulace provedena rovněž pro celou skenovatelnou oblast (ve vodorovné rovině v rozsahu úhlu ω , ve svislé v rozsahu ψ), její polovinu (ve vodorovné rovině v rozsahu úhlu $\omega/2$, ve svislém v rozsahu ψ) a čtvrtinu podle (ve vodorovné rovině v rozsahu úhlu $\omega/2$, ve svislé v rozsahu $\psi/2$) Obr. 5.

V sloupcích jsou určené poloměry koulí pro délky 1 m, 2 m, 5 m, 10 m, 20 m, 40 m, 60 m, 80 m, 100 m, v řádcích jsou určené poloměry pro koule o poloměrech 0,010 m; 0,020 m; 0,050 m; 0,100 m; 0,200 m; 0,500 m.



Obr. 5 Rozsahy simulace měření na kouli

Tab. 9 Simulace měření v celém rozsahu - určené poloměry koulí v mm

r\d	1	2	5	10	20	40	60	80	100
10	8,7	8,7	8,6	8,8	9,0	9,6	10,5	11,7	16,9
20	17,8	17,9	18,0	18,1	18,2	18,8	20,0	22,8	27,6
50	48,8	48,7	48,8	48,9	48,7	49,9	50,3	51,5	53,1
100	99,6	99,1	99,6	99,3	99,7	99,6	100,6	100,2	101,1
200	199,3	199,4	199,7	199,8	199,5	200,0	200,3	200,5	200,2
500	500,2	499,5	499,9	499,6	499,9	500,4	500,0	499,9	500,8

Tab. 10 Simulace měření na polovinu rozsahu - určené poloměry koulí v mm

r\d	1	2	5	10	20	40	60	80	100
10	14,7	13,0	14,2	12,7	9,5	8,8	9,6	10,9	13,8
20	18,7	18,7	18,5	18,7	18,5	18,8	19,7	21,6	27,7
50	48,6	49,1	48,9	48,9	49,3	49,0	49,4	51,3	53,5
100	99,4	99,2	99,2	99,4	99,3	99,6	101,2	99,9	103,7
200	198,9	199,4	199,6	199,3	199,5	199,7	200,4	200,8	200,9
500	499,4	499,5	500,3	499,8	500,0	499,8	500,2	500,3	499,8

Tab. 11 Simulace měření na čtvrtinu rozsahu - určené poloměry koulí v mm

r\d	1	2	5	10	20	40	60	80	100
10	25,0	25,1	25,8	25,5	11,3	7,4	8,8	10,1	12,3
20	24,2	24,1	22,1	23,0	20,0	16,7	14,8	13,9	16,2
50	48,1	49,3	50,9	49,6	49,9	49,4	50,2	50,5	52,0
100	95,9	97,7	96,7	98,0	96,8	101,0	99,2	101,1	102,4
200	201,0	199,3	200,1	199,8	200,7	200,0	199,0	201,0	199,8
500	499,9	499,8	499,3	499,7	499,6	498,8	500,1	501,4	498,6

Kromě poloměrů byly sledovány i posuny středů proložených koulí. Pro ilustraci jsou v následující tabulce uvedeny posuny oproti správné hodnotě, znaménko minus značí posun ve směru měření.

Tab. 12 Posuny středu proložené koule – měření v celém rozsahu, v mm

r\d	1	2	5	10	20	40	60	80	100
10	-4,7	-4,7	-5,2	-5,0	-4,8	-4,8	-5,9	-5,2	3,5
20	-4,4	-4,1	-4,1	-3,8	-3,8	-3,2	-1,6	1,8	7,1
50	-1,9	-2,2	-2,2	-2,0	-2,3	-0,7	-0,2	1,3	3,3
100	-0,6	-1,6	-0,7	-1,4	-0,5	-0,7	0,4	0,0	1,2
200	-1,0	-1,1	-0,4	-0,2	-0,8	0,0	0,2	0,3	-0,3
500	0,3	-0,7	-0,2	-0,6	-0,1	0,6	0,1	-0,5	0,8

6 Závěr

Numerickou simulací byly poprvé analyzovány vznikající systematické vady skenování ploch s nenulovou křivostí. Komplexně je problematika uvedena v [7].

Z výsledků simulace vyplývá, že ačkoli systematické chyby nejsou příliš velké v porovnání se směrodatnou odchylkou v měření délky (je však nutné uvážit, že se jedná o hodnoty průměrné z celkem tří tisíc měření), dosahuje jejich velikost i více než 20 % poloměru objektu. Jejich vliv může být výrazně posílen tím, že objekt není naskenován celý (obvykle skenování objektu z jednoho stanoviska). Popisovaný jev nepůsobí na všechny body stejně a právě tato proměnlivost působí v některých případech velké odchylky proloženého útvary.

Přesnost měřených délek je v použitém rozsahu měření považována za konstantní, vliv přesnosti měření úhlů se mění v závislosti na vzdálenosti. Znaménko systematické chyby závisí na tom, zda převládá chyba příčná nebo podélná, existuje hranice (zde je 63,662 m), kde je vliv chyby v délce a v úhlu stejný a měření charakterizuje kružnice či koule chyb. Vliv u kružnice (případně u válcové plochy) a koule se jeví podobný.

Obvykle respektovaný předpoklad je, že naskenované velké množství bodů vzhledem k normálnímu rozdělení chyb měření napomůže k získání přesnějších výsledků. Zde uvedená teorie podpořená výsledky simulací ukazuje, že v případech malého poloměru křivosti tento předpoklad neplatí a výsledky jsou chybné. Ze simulací tak vyplývá, že využití koulí o neznámém malém poloměru jako vlčovicových bodů pro skenovací systémy s uvedenou přesností není vhodné, protože dochází nejen k chybnému určení poloměru, ale také k chybnému určení souřadnic středu koule.

Literatura

- [1] Koska, B. – Štroner, M. – Pospíšil, J.: The Result Presentation of the Development of Laser and Optic Rotating Scanner LORS and Introduction of Public Library of Classes and Functions SPATFIG. In: Optical 3-D Measurement Techniques. Wien: Vienna University of Technology, 2005.
- [2] Koska, B.: Optoelektronické metody 3D zaměření povrchů předmětů. ČVUT v Praze, 2005. (Studie doktorské disertační práce).
- [3] Kašpar, M. - Pospíšil, J. - Štroner, M. - Křemen, T. - Tejkal, M.: Laser Scanning in Civil Engineering and Land Surveying. 1. ed. Hradec Králové: Vega, 2004. 103 s. ISBN 80-900860-7-1.
- [4] Kašpar, M. - Pospíšil, J. - Štroner, M. - Křemen, T. - Tejkal, M.: Laserové skenovací systémy ve stavebnictví. 1. vyd. Hradec Králové: Vega, 2003. 112 s. ISBN 80-900860-3-9.
- [5] Böhm, J. - Radouch, V. - Hampacher, M.: Teorie chyb a vyrovnávací počet. Geodetický a kartografický podnik Praha, 2. vydání, Praha, 1990. ISBN 80-7011-056-2.
- [6] Olehla, M. – Věchet, V. – Olehla, J.: Řešení úloh matematické statistiky ve fortranu. Nakladatelství dopravy a spojů, Praha, 1982.
- [7] Štroner, M. - Pospíšil, J.: Terestrické skenovací systémy. 1. vyd. Praha: Česká technika - nakladatelství ČVUT, 2008. 187 s. ISBN 978-80-01-04141-3.

Ing. Martin Štroner, Ph.D.

Narozen dne 25. 2. 1975 v Roudnici nad Labem, kde od té doby žije. Absolvoval zde základní školu a gymnázium, dále vystudoval Fakultu stavební ČVUT v Praze, obor Geodézie a kartografie, v roce 1998 obhájil diplomovou práci na téma "Studie využití GPS pro měření deformací přehradních hrází" a získal titul Ing. V témže roce nastoupil na doktorské studium, v roce 2003 obhájil doktorskou disertační práci na téma "Měření statických a dynamických charakteristik strojních a stavebních prvků" a získal titul "doktor", ve zkratce Ph.D., v oboru Geodézie a kartografie.

Od roku 2002 do současnosti je zaměstnán jako odborný asistent Katedry speciální geodézie, Fakulta stavební ČVUT v Praze, kde se kromě pedagogické činnosti účastní také řešení grantových projektů GAČR a výzkumných záměrů. Dále zastává pozici zástupce vedoucího katedry.

V současné době přednáší povinné předměty Inženýrská geodézie 1 a Inženýrská geodézie 2, povinně volitelný předmět Laserové skenování. Přednášel povinný předmět Stavební geodézie, dále vede předmět Programový systém Microstation. Také vede a cvičí cvičení předmětů Inženýrská geodézie 1, 2, 3, Stavební geodézie. Dále se účastní výuk v terénu z Inženýrské geodézie a Stavební geodézie, také vede diplomové bakalářské a magisterské práce, je školitelem jednoho doktoranda v doktorském studijním programu Geodézie a kartografie a školitelem specialistou dvou dalších (jeden po státní doktorské zkoušce). Systematicky se zabývá modernizací výuky. Je úspěšným spoluřešitelem projektu FRVŠ Laboratoř laserového skenování (2006), zavedl do výuky předmět Laserové skenování a je spoluautorem vysokoškolských skript.

V rámci výzkumné činnosti se věnuje hlavně 3D terestrickému skenování, inženýrské geodézii, testování geodetických přístrojů, geodetickým výpočtům, vyrovnání MNČ a vyrovnávacímu počtu celkově, dále také programování. Je autorem a spoluautorem 4 monografií, 50-ti článků v odborných recenzovaných časopisech, 35-ti příspěvků ve sbornících z odborných konferencí, 2 recenzí na odborné publikace, jednoho autorizovaného softwaru a jednoho prototypu. Práce, jejichž je autorem nebo spoluautorem byly nejméně 10x citovány v odborné zahraniční literatuře a nejméně 12x citovány v odborné literatuře tuzemské.

Je členem Českého svazu geodetů a kartografů, působí v odborné skupině Inženýrské geodézie.